Universidade de Aveiro Departamento de Educação
Ano 2013

Jorge Manuel Pedrosa Gaspar

ABORDAGEM CRIATIVA DAS ISOMETRIAS PARA A CRIATIVIDADE EM MATEMÁTICA

Universidade de Aveiro Departamento de Educação
Ano 2013

Jorge Manuel Pedrosa Gaspar

ABORDAGEM CRIATIVA DAS ISOMETRIAS PARA A CRIATIVIDADE EM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Didática Especialização em tecnologia, realizada sob a orientação científica da Doutora Isabel Cabrita, Professora Auxiliar do Departamento de Educação da Universidade de Aveiro.

o júri

presidente

Professora Doutora Maria Teresa Bixirão Neto
Professora Auxiliar Da Universidade de Aveiro

Professor Doutor Pedro Manuel Batista Palhares
Professor Associado do Instituto de Estudos da Criança da Universidade do Minho

Professora Doutora Isabel Maria Cabrita dos Reis Pires Pereira
Professora Auxiliar Da Universidade de Aveiro

agradecimentos Aos alunos que participaram neste estudo e à minha orientadora.

palavras-chave GeoGebra, Criatividade, isometrias, tecnologia

resumo

A criatividade tem sido considerada o motor do progresso e todas as áreas disciplinares incluindo, portanto, a matemática devem contribuir para o seu desenvolvimento. A este não será alheio um ensino também ele criativo. No caso especifico das transformações geométricas isométricas, os ambientes de geometria dinâmica e, em particular, o GeoGebra, como complemento de ferramentas tradicionais, pode constituir-se uma mais valia nesse processo. Neste contexto, o presente trabalho propõe-se analisar o potencial de novas tecnologias no desenvolvimento de competências geométricas relacionadas com as isometrias e os frisos e, simultaneamente, no desenvolvimento da criatividade e das representações em relação à mesma em alunos do 1º ciclo do ensino básico. Para isso, desenvolveu-se um estudo de caso (exploratório) centrado em dois pares de alunos do 4º ano de escolaridade que resolveram autonomamente, por recurso àquelas tecnologias, uma bateria de tarefas essencialmente de natureza exploratória.

Os dados foram recolhidos principalmente através das técnicas de inquirição, observação direta e participante e análise documental. A análise de conteúdo a que foram submetidos permitiu concluir que a implementação de uma abordagem criativa, centrada em sequências de tarefas a resolver com recurso a tecnologias tradicionais conjugadas com o GeoGebra, potencia uma apropriação mais sólida dos conceitos geométricos em causa e sua aplicação. Além disso, contribuiu ainda para o desenvolvimento de atitudes favoráveis em relação à matemática e à geometria em particular Os dados evidenciam, também, que tal abordagem permite obter indícios do desenvolvimento da criatividade nos alunos e de alterações a algumas das suas representações.

keywords

GeoGebra, Creativity, isometries, technology.

abstract

Creativity has been considered the progress engine of knowledgement, therefore, all school subjects, including Mathematics, must contribute to its development, improving a creative teaching method. In the specific case of isometric geometric transformations, the dynamic geometry environments and, in particular, the Geogebra, as complement of traditional tools, can become one more value in this process. In this context, the present work pretends to analyze the potential of new technologies in the development of geometric skills related to isometries and the friezes. Simultaneously, we pretend to analyze the development of creativity and its representations in first cycle students of basic education. For this specific study of case (exploratory), data was centered in two pairs of students from the fourth year who had solved autonomously a battery of exploratory tasks using technology.

The data was collected mainly through inquiry techniques, direct and participant / active observation and documentary analysis. Its content analysis allowed us to conclude that the implementation of a creative approach, centered on sequences of tasks to be solved using traditional technologies combined with GeoGebra, enhances a more solid appropriation of the focused geometric concepts and its application. Moreover, it has also contributed to the development of positive attitudes towards Mathematics and particularly to Geometry. The data has also showed us that with this approach we can obtain some evidence of the development of creativity in students and also some changes to some of their representations.

ÍNDICE GERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABELAS

INTRODUÇÃO

1. Problemática

A criatividade, nas últimas décadas, tem sido reconhecida como um dos aspetos mais relevantes do desenvolvimento humano, sendo vista como um instrumento indispensável para o progresso de qualquer sociedade (Adams, 2006; Chagas, Aspesi & Fleith, 2005).

Numa era profundamente tecnológica e dominada pela automatização e mecanização dos processos produtivos, o papel a desempenhar pela criatividade poderá ser absolutamente fundamental, podendo mesmo residir nela a chave para um futuro de desenvolvimento harmonioso - "*From the boardroom to the classroom, innovation is seen as the key to a productive future.*" (Adams, 2010, p. 1)

Até há bem pouco tempo atrás, a criatividade era predominantemente associada às artes, não lhe sendo atribuída especial relevância nas restantes áreas da atividade humana. No entanto, numa visão mais contemporânea e mais ampla, defende-se que deve ser entendida como um motor da inovação e do progresso, para os quais todas as áreas devem contribuir.

A escola, como instituição que tem por principal função a formação e desenvolvimento do ser humano nas mais diversas vertentes, não poderá, nunca, passar ao lado desta tendência, num mundo cada vez mais globalizado. A persecução deste objetivo tem norteado muitas das políticas educativas mais recentes. Segundo Alencar e Fleith (2003), a necessidade de se pensar de forma criativa e inovadora tem levado vários sistemas educacionais de diferentes países a refletirem sobre o espaço que deve ser dado para o desenvolvimento das habilidades criativas no contexto educacional.

Uma das soluções apontadas para que se desenvolvam, significativamente, a inovação e a criatividade passa pela utilização adequada e mais ou menos intensiva das 'novas' tecnologias, em particular as relacionadas com a informática.

Para autores como Lévy (1990), as tecnologias da informação a par de outras tecnologias mais tradicionais, ou, do modo como as designa o autor, as "tecnologias da inteligência" ou "da mente", cada vez mais presentes na sociedade, propiciam um novo debate em torno da filosofia do conhecimento. Elas serão responsáveis por novas formas de elaboração do saber e portanto, também de comunicação, e colocam em questão alguns dos pilares base da epistemologia contemporânea, como a dualidade sujeito-objeto, mente-matéria, nos quais se incluem a relevância da criatividade.

No entanto, parece ser opinião generalizada que a escola está ainda muito longe de, efetivamente, fazer um trabalho profícuo em termos de desenvolver a criatividade e, também, que, dificilmente, se alcançará tal objetivo simplesmente através da atribuição de mais e mais equipamento informático. A que se assiste hoje nas nossas escolas é ao uso não continuado, esporádico e desadequado de ferramentas tecnológicas em educação, não obstante a mais valia no contexto educativo que se lhe reconhece, (Paiva, 2002; Matos, 2005; Costa, 2007).

Para que a tecnologia possa ser posta ao serviço da criatividade, muito tem de mudar no sistema de ensino e, em particular, ao nível da matemática. De facto, esta é uma das áreas fundamentais para o desenvolvimento da humanidade mas, paradoxalmente, é uma das mais votadas ao insucesso educativo e escolar (Robinson & Aronica, 2010).

Outros estudos buscaram discutir os múltiplos fatores que se têm constituído como barreiras ao desenvolvimento da criatividade em sala de aula (Alencar & Fleith, 2004; Alencar; Fleith & Virgolim, 1995; Sterling, 2003). A este facto não são alheias, nomeadamente, as representações que os alunos têm da criatividade e as dificuldades dos professores em praticarem um ensino motivador e consequente, também causadas pelas sucessivas reformas que se têm introduzido nos últimos anos no sistema educativo, principalmente na matemática.

No caso de Portugal, foi recentemente aprovado um Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al, 2007) que introduz alterações significativas relativamente às orientações anteriores. Uma das áreas em que isso é mais notório é a da Geometria e, mais concretamente, a das transformações geométricas no plano euclidiano. Note-se que, apesar deste programa já ter sido revogado em 2013, é nele que a presente investigação se baseia, por ser o que se encontrava em vigor à data da realização do trabalho empírico.

Encontrou-se, portanto, um terreno onde se justifica investir e como ponto de divergência da criatividade pois, segundo Einstein “A criatividade é contagiosa. Espalhem-na.”

2. Questão e objetivos de investigação

Neste contexto, propomo-nos desenvolver uma investigação norteada pela principal questão – Em que medida um ensino criativo, corporizado por uma sequência de tarefas, mais ou menos abertas e complexas, e suportado pelo GeoGebra e por outras ferramentas mais tradicionais, pode contribuir para melhorar a aprendizagem das isometrias e desenvolver a criatividade bem como as representações em relação à mesma.

Decorrente de tal questão, formulou-se o seguinte objetivo - Analisar o impacto de uma abordagem criativa das transformações geométricas isométricas no 1º Ciclo do Ensino Básico, suportada por uma sequência de tarefas de natureza essencialmente exploratória resolvidas por recurso ao GeoGebra, complementado por outras ferramentas mais tradicionais, numa mais sólida apropriação e aplicação de conceitos geométricos envolvidos; numa visão mais positiva da geometria e no desenvolvimento de manifestações e representações acerca da criatividade.

Pretende-se pois, com este estudo, dar um pequeno contributo para a área da didática na sua interface com a tecnologia ou, se se preferir, da didática tecnológica, no sentido de se perceber melhor que condições potenciam a utilização de ambientes dinâmicos de geometria dinâmica, nos anos iniciais de escolaridade, de modo a influenciar, de facto, a capacidade de construir e utilizar, de forma criativa, conceitos matemáticos relacionados com as transformações geométricas isométricas; de desenvolver atitudes mais favoráveis em relação à matemática e de evoluir nas representações sobre criatividade.

3. Estrutura da dissertação

Esta dissertação encontra-se estruturada em quatro capítulos principais.

Num momento inicial, introduz-se o tema do trabalho desenvolvido e apresenta-se a problemática do estudo, as finalidades e os objetivos da investigação, bem como a estrutura da dissertação.

No primeiro capítulo, faz-se o enquadramento teórico das principais dimensões presentes neste estudo. No que diz respeito à primeira dimensão apontada - criatividade - começa-se por indicar algumas propostas de definição de criatividade encontradas na literatura. Seguidamente, sugerem-se estratégias para o desenvolvimento da criatividade em Matemática. Finalmente, apresentam-se alguns modelos de avaliação da criatividade em Matemática. Relativamente à segunda dimensão - tecnologia - faz-se uma abordagem da importância da tecnologia no ensino e apresentam-se algumas perspetivas de vários autores acerca do papel dos ambientes de geometria dinâmica. Por último, aborda-se a questão das transformações geométricas, em particular as trabalhadas no primeiro ciclo do ensino básico.

No segundo capítulo, *Método*, enunciam-se e justificam-se as opções metodológicas adotadas neste estudo. Sucede-se o esquema de investigação onde se indicam as principais etapas investigativas, bem como as técnicas e instrumentos de recolha dos dados. Segue-se uma caracterização geral da população escolar à qual pertencem os participantes no estudo e das técnicas e instrumentos de recolha de dados. Finalmente, descrevem-se as propostas realizadas em cada sessão e o processo de tratamento a que foram submetidos os dados e como serão apresentados no capítulo seguinte.

No terceiro capítulo, procede-se à descrição e análise dos dados de dois pares de alunos, em particular, relativamente à construção e aplicação de conhecimento relativo às transformações geométricas isométricas no plano; ao desenvolvimento de atitudes em relação à geometria e ao desenvolvimento de manifestações e representações sobre a criatividade.

No quarto capítulo, são apresentadas as principais conclusões resultantes da análise de todos os dados recolhidos e apresentados e tecem-se algumas considerações finais. Por fim, é apresentada a bibliografia consultada ao longo do estudo, bem como os anexos.

CAPÍTULO I – ENQUADRAMENTO TEÓRICO

O estudo que nos propomos desenvolver é enquadrado, teoricamente, por três eixos principais – o da criatividade, o das tecnologias, em especial o GeoGebra, e o das transformações geométricas isométricas no plano euclidiano. É a eles que se dedicarão as próximas páginas.

1. Criatividade (em) matemática

A criatividade, nas últimas décadas, tem sido reconhecida como um dos aspetos mais relevantes do desenvolvimento humano, sendo vista como um instrumento indispensável para qualquer sociedade (Adams, 2006; Chagas, Aspesi & Fleith, 2005).

Diversos autores têm apontado variadas razões para a importância de desenvolver mais plenamente a criatividade ao longo da vida. Alencar (2007) sublinha três dessas razões: a satisfação e o prazer que o ser humano extrai da atividade criativa e que são contributos para o seu bem estar emocional e, consequentemente, saúde mental e a urgência da criatividade enquanto forma de encontrar soluções para problemas complexos.

Como reflexo da importância que, contemporaneamente, vem sendo atribuída à criatividade, mesmo a nível político, o ano de 2009 foi designado, pelo Conselho e pelo Parlamento Europeu, como o Ano Europeu da Criatividade e Inovação (AECI). Pretendia, assim, constituir-se um estímulo à capacidade de criação e de inovação na Europa, enquanto pilares do desenvolvimento económico e social. Durante um ano, a nível de cada um dos vinte sete Estados Membros da União Europeia e a nível comunitário, diversas iniciativas foram realizadas, desde eventos e projetos específicos, visando o desenvolvimento da criatividade e a sua aplicação aos mais diversos domínios de atividade económica e social.

1.1 Conceitos e dimensões da criatividade

Apesar de não ser de fácil e consensual definição e caracterização, pode entender-se a criatividade como implicando “a emergência de um produto novo, seja uma ideia ou uma invenção original, seja a reelaboração e o aperfeiçoamento de produtos ou ideias já existentes” (Alencar & Fleith, 2003, p. 13-14).

Segundo Torrance (1974), a criatividade envolve quatro componentes fundamentais: fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração. A fluência é entendida como a capacidade de produzir um grande número de ideias sobre um mesmo assunto e pressupõe o uso de conhecimentos básicos e fluidez de associações para dar continuidade a essas ideias. A flexibilidade é a capacidade de produzir diferentes categorias de ideias acerca do mesmo assunto. Já a originalidade define-se como a capacidade de produzir ideias fora do vulgar, únicas, completamente novas ou extremamente diferentes (Silver, 1997). A elaboração prende-se com a apresentação de grande quantidade de detalhes numa ideia.

Nesta perspetiva, segundo Nakamura & Csikszentmihalyi (2003), citados por Gontijo (2007, p.24), apesar de nem sempre se efetivar ou manifestar das formas mais úteis à sociedade, "Toda a pessoa é potencialmente criativa", o que resulta da interação de três sistemas. São eles o indivíduo (bagagem genética e experiências pessoais); domínio (cultura e produção científica) e campo (sistema social). Assim, no seu entender, para se compreender o processo criativo é necessário ir além das características individuais de cada pessoa, tornando-se essencial a análise dos outros dois sistemas, uma vez que será da interação de todos eles que resulta a produção criativa.

No que respeita à criatividade em matemática, uma das primeiras dificuldades para o seu estudo e compreensão reside na falta de consenso sobre o que, hoje, efetivamente define e caracteriza essa dimensão. Inclusivamente, alturas houve em que distinguiam (a) capacidades matemáticas "criativas" de (b) capacidades matemáticas "académicas" - *"(a) habilidade criativa, que se refere à atividade no campo científico da Matemática, levando a novos resultados ou produção de conhecimentos que são significativos para a humanidade, constituindo-se em um produto valioso em termos sociais; (b) uma habilidade escolar, que se refere à aprendizagem e à proficiência em Matemática, adquiridas em processos de formação escolar nesta área, apropriando-se dos conhecimentos e dos procedimentos de forma rápida e bem sucedida." (*Krutetskii 1976, citado por Gontijo, 2007, p.34).

Mas, tendo em consideração que a criatividade (em) matemática nunca poderá ser dissociada da criatividade em geral, poder-se-á assumir que será a capacidade de produzir diversas ideias novas de categorias distintas, de encontrar novas e diferentes formas de resolução das mais variadas situações com as quais os indivíduos se deparam, em suma, de produzir algo original e o mais elaborado possível. De facto para Gontijo (2007), a criatividade em Matemática é encarada como "a capacidade de apresentar diversas possibilidades de soluções apropriadas para uma situação-problema, de modo que estas focalizem aspetos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns” (p. 37).

A relevância de uma discussão acerca da criatividade no campo da matemática reside no fato desta disciplina ser encarada, paradoxalmente, como uma área difícil de aprender ou que está apenas ao alcance dos sobredotados (Martins, 1999; Santos & Diniz, 2004; Silveira, 2002) e, ao mesmo tempo, como área fundamental no processo de desenvolvimento científico e tecnológico. Ora, uma das soluções para a alteração das representações negativas relacionadas com a Matemática é a construção de um currículo que se preocupe com o desenvolvimento da criatividade. Assim, criatividade e matemática, não só é uma conexão possível como também desejável.

De facto, apesar de não ser invulgar, ao nível do cidadão comum, pensar-se que criatividade e Matemática nada têm a ver uma com a outra, muitos autores discordam totalmente. É o caso de Bishop (1981), mencionado por Pehkonen (1997) e Sriraman (2004), que referenciaram a complementaridade do pensamento criativo e do pensamento analítico, defendendo a relação entre criatividade e Matemática. Por sua vez assumem que o pensamento flexível, uma das componentes de criatividade, é uma das mais importantes características, senão a mais importante, que um bem-sucedido solucionador de problemas deve ter.

Por exemplo, Guilford (1967) referiu que os pensamentos convergente e divergente são aspetos importantes relacionados com inteligência, pensamento crítico, criatividade e resolução de problemas. De facto, o pensamento convergente será a capacidade de encontrar soluções a partir de conhecimentos, experiências e raciocínios lógicos. Este tipo de pensamento é orientado no sentido de encontrar uma resposta única, a “correta” e é dominado pela lógica e objetividade. Pelo contrário, o pensamento divergente (ou flexível) implica a exploração cognitiva de várias soluções diferentes para o mesmo problema. Neste tipo de pensamento, a intuição sobrepõe-se às operações mentais lógico-dedutivas que caracterizam o pensamento convergente. Note-se que também este autor apresentou como características do pensamento criativo a originalidade, a fluência e a flexibilidade.

1.2 Desenvolvimento da criatividade no contexto educativo

No que diz respeito à tentativa de fomentar a criatividade matemática no meio escolar, Alencar e Fleith (2003) e (2005) propõem como estratégias a utilizar pelos professores: o reforço de características de personalidade dos alunos, como a autoconfiança, a curiosidade, a persistência, a independência de pensamento, a coragem para explorar situações novas e lidar com o desconhecido; ajudar os alunos a desfazer bloqueios emocionais, tais como o medo de errar e ser criticado, insegurança e complexo de inferioridade e implementação de atividades desafiadoras que criem oportunidades de atuação criativa. Defendem, também, que "a motivação intrínseca, centrada na tarefa, é de inestimável importância para a criatividade, uma vez que as pessoas estão muito mais propensas a responder criativamente a uma dada tarefa, quando estão movidas pelo prazer de realizá-la" (2005, p. 3) e que se deve i) encorajar o aluno a arriscar e aceitar o erro como parte do processo de aprendizagem; ii) permitir que o aluno imagine outros pontos de vista e, consequentemente, gere múltiplas hipóteses e formule problemas iii) e recompensar ideias e produtos criativos. Realçam ainda que a criação de um clima criativo em sala de aula potencia a capacidade de os alunos apresentarem níveis superiores de criatividade.

No entender de Meissner (2011), limitar o uso da criatividade na sala de aula reduz a matemática a um conjunto de destrezas que se devem dominar e um conjunto de regras que se devem memorizar, o que conduz a que a curiosidade e o entusiasmo natural de muitos alunos pela matemática se desvaneçam à medida que crescem.

Segundo Sheffield (2009), para o desenvolvimento da criatividade matemática é também fundamental que os alunos possuam um conhecimento sólido de conteúdos matemáticos, pois tal conhecimento permite-lhes estabelecer mais facilmente conexões entre diferentes conceitos. Para favorecer a sua construção, é muito importante que os professores ensinem os referidos conteúdos matemáticos também de uma forma criativa tal como é defendida por Morris (2006), que sugere abordagens imaginativas que tornem o ensino mais interessante, motivador e efetivo e ensinem para a criatividade, isto é, utilizem formas de ensino que promovam o desenvolvimento do pensamento criativo dos alunos. O mesmo autor defende, também, que ensinar de uma forma criativa e para a criatividade inclui todas as características de um ensino de qualidade, muita motivação, expectativas elevadas, capacidade de escutar, comunicar e motivar.

Também segundo Jeffrey & Craft (2004) por recurso ao ensino criativo, imaginativo, dinâmico e com abordagens inovadoras, muitas vezes, estimula-se a imaginação dos alunos e o aparecimento de novas ideias que conduzem ao ensino para a criatividade. Através do ensino criativo, os professores incentivam a criatividade dos alunos ao demonstrarem o seu entusiasmo, imaginação e outros talentos (Lucas 2001, citado por Lin, 2011) criando, ao mesmo tempo, um contexto de aprendizagem propício à resolução de problemas e à valorização das contribuições dos alunos criativos.

Assim, apesar de terem focos diferentes, o ensino criativo relaciona-se com a prática docente, enquanto que o ensino para a criatividade destaca o aluno. As duas práticas estão interligadas e são indispensáveis no quadro da pedagogia criativa (Lin, 2011)

Também segundo Martínez (2006), apesar de não ser linear, existe uma estreita relação entre a criatividade no processo de aprendizagem e a criatividade no trabalho pedagógico.

Por outro lado, um professor criativo promove a autonomia e autoconfiança dos alunos (Morais & Azevedo, 2011) e a sua capacidade criativa pode operacionalizar-se no empenho e na frequência com que consegue criar situações problemáticas que promovam resoluções criativas por parte dos alunos (Sousa, 1998). Segundo Alencar (1990), para estimular o desenvolvimento da criatividade, é imperioso que se crie um clima que permita aos alunos apresentar fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração nos seus trabalhos.

No entanto, um ensino criativo tem início muito antes do início da aula. Começa com uma gestão adequada do Currículo e a criação de uma sequência de tarefas orientada nesse sentido e continua durante a forma como se desenvolve a aula. A propósito, o PMEB (2007) alerta para a necessidade de, para além da realização das tarefas propriamente ditas, a atuação didáctica tem de prever momentos para confronto de resultados, discussão de estratégias e institucionalização de conceitos e representações matemáticas. Para Martins (2012), a fase do confronto das diferentes soluções das tarefas, apresentadas pelos alunos, contribui significativamente para um incremento da originalidade.

Cropley (1992 p. 74) refere que "*a finalidade do ensino criativo não é a de produzir soluções criativas, mas sim a de dar energia e manter os esforços criativos dos alunos, removendo obstáculos e criando incentivos*"

1.3 Avaliação da criatividade em Matemática

O modo de avaliar a criatividade em contexto escolar afigura-se pertinente e, para alguns autores como Azevedo, Morais e Braga (2008), não existirá uma resposta única e inquestionável.

Na literatura, surgem algumas sugestões de critérios para avaliar a criatividade em Matemática. Podem encontrar-se em Gontijo (2007), citando Balka (1974), algumas das habilidades a serem avaliadas, tais como:

1) Habilidade para formular hipóteses matemáticas avaliando relações de causa e efeito em situações matemáticas;
2) Habilidade para considerar e avaliar ideias matemáticas não usuais, refletindo sobre suas consequências em situações matemáticas;
3) Habilidade para perceber problemas a partir de uma situação matemática e formular questões que possam responder a esses problemas;
4) Habilidade para elaborar subproblemas específicos a partir de um problema matemático geral;
5) Habilidade para buscar soluções para problemas matemáticos, rompendo com um quadro mental "estático";
6) Habilidade de elaborar modelos para solucionar situações matemáticas.

Mais recentemente, surgem outras propostas de avaliação. Uma das mais recorrentes é apresentada por Conway (1999), que propõe que se avalie a fluência, a flexibilidade e a originalidade das respostas apresentadas pelos alunos, sugerindo um procedimento dividido em quatro passos:

1º Passo - Identificar possíveis soluções para um problema aberto, gerando ideias próprias ou solicitando sugestões a outros professores. Seguidamente, colocar as soluções em categorias que representem modos de pensar semelhantes. Consultar, novamente, colegas para solicitar ajuda na identificação de categorias ou modos de pensar. Finalmente, identificar categorias que exemplifiquem pensamentos originais, que sejam invulgares, no grupo de alunos a avaliar;

2º Passo - Trabalho dos alunos;

3º Passo - Examinar as resoluções dos alunos e identificar a categoria de cada resposta dada;

4º Passo - Pontuar a fluência, a flexibilidade e a originalidade. Para determinar as pontuações que dizem respeito: à fluência, contar o número de respostas corretas de cada aluno; à flexibilidade, contar o número de diferentes categorias nas quais essas respostas se inscrevem; à originalidade, contar o número de respostas nas categorias que foram identificadas como originais.

Para outros autores como Leikin (2009), o modelo de avaliação da criatividade em matemática assenta em tarefas problema, que se propõe que os alunos solucionem de diferentes formas. A autora considera que as soluções de um mesmo problema são aceites como sendo diferentes se se basearem em: a) diferentes representações de alguns conceitos matemáticos envolvidos na tarefa; b) diferentes propriedades (definições ou teoremas) de objetos matemáticos num determinado âmbito ou c) diferentes propriedades de um objeto em diferentes âmbitos. Também para esta autora se avalia a originalidade, flexibilidade e fluência das respostas, atribuindo-se pontuações com base nestas características. A flexibilidade seria avaliada tendo por base o número de diferentes categorias das resoluções apresentadas. A fluência seria pontuada em função das diferentes resoluções e do tempo despendido para a sua produção. Quanto à originalidade, a classificação pontual variaria em função das estratégias únicas de resolução apresentadas. Caso as soluções fossem as constantes nos manuais ou se cingissem às mencionadas pelo professor, a pontuação deveria ser inferior àquelas que não constassem dos manuais ou fossem recomendadas no currículo mas para um problema diferente.

Como defende Weschler, (2004) a originalidade pode ser avaliada pontuando o número de vezes que uma resposta a um problema surge no global da turma. Esta abordagem foi utilizada por Tavares (2012) para avaliar as produções dos casos constantes da sua investigação.

2. Ambientes dinâmicos de geometria dinâmica

Há muitas formas de compreender a tecnologia. Quando concebida de maneira ampla, poderá ser entendida como qualquer artefacto, método ou técnica criados pelo homem para tornar o seu trabalho mais leve, a sua locomoção e sua comunicação mais fáceis ou, simplesmente, a sua vida mais agradável e divertida. A tecnologia, neste sentido, não é algo novo – na verdade, é quase tão velha quanto o próprio homem, visto como *homo creator* (Chaves, 1999).

No entanto, quando se fala, hoje em dia, na tecnologia associada à educação, está-se, geralmente, a referir a tecnologia informática e, mais concretamente, ao uso, mais ou menos direto, de computadores e das suas potencialidades.

Já no final do século passado, Penteado (1999) defendia o seu uso no contexto educativo, considerando que “o trabalho com o computador provoca mudanças na dinâmica da aula, exigindo por parte do professor novos conhecimentos e ações” (p.309), principalmente do ponto de vista pedagógico, o que, ainda hoje, é instigado. Também autores como Gravina e Santarosa (1998) afirmavam que os ambientes informatizados poderiam acelerar os processos de apropriação do conhecimento, funcionando como auxiliares na superação de alguns obstáculos da aprendizagem. Segundo estes autores, é através da visualização, experimentação, interpretação e demonstração que se planificam ações que sejam desafiantes para a capacidade cognitiva dos alunos.

Na mesma linha, autores como Costa, (2004) alertam para o facto de não ser expectável que as tecnologias operem “milagres” na cultura profissional do professor não deixando, no entanto, de dar um contributo importante ao papel do professor, desde que este não se deixe intimidar pelas mesmas. Também Costa e Fiorentini (2007) realçam a importância de integrar as novas tecnologias na prática pedagógica, alertando ainda para a possibilidade de estas ferramentas darem um contributo importante para que, tanto professores como alunos, desenvolvam as suas competências.

Assim, de acordo com Miskulin (2003), “As novas tecnologias geram o maior uso da informática e da automação nos meios de produção e serviços, implicando novas atitudes dos seres humanos. Consequentemente, a função da educação e da escola deve mudar, proporcionando formação integral do sujeito, crítica, consciente e voltada à liberdade.” (p.219), sendo importante a compreensão e a orientação da inserção desta tecnologia dentro do contexto escolar, principalmente “no sentido de proporcionar aos indivíduos o desenvolvimento de uma inteligência crítica, mais livre e criadora.” (id, p. 221).

No entanto, colocam-se alguns problemas à integração das tecnologias na educação. De facto, a escola é uma instituição mais tradicional que inovadora e, consequentemente, a cultura escolar tem resistido fortemente às mudanças. Os modelos de ensino focados no professor continuam a predominar, apesar dos avanços teóricos, designadamente, ao nível das formas como se aprende (Moran, 2004); dos avanços tecnológicos que fazem com que as tecnologias sejam, hoje, muito mais ‘amigáveis’ e estejam, portanto, facilmente ao alcance de todos e do papel das tecnologias no processo educativo.

Tal situação é particularmente preocupante na área da Matemática, dado ser fundamental ao desenvolvimento da sociedade. Paradoxalmente, continua votada a grandes taxas de insucesso.

Assim, para autores como Laborde (2000), num mundo com uma crescente utilização da tecnologia nas suas mais diversas formas, desde consolas, à Internet, telemóveis e outros, o ensino da matemática não pode ignorar esta nova realidade. A utilização de tecnologias é também referida por Berger (2012) e Lu (2008) que salientam a crescente consciência de uma interatividade entre seres humanos e tecnologias e que pode ser facilitadora do processo de ensino e aprendizagem da matemática e em particular da geometria. De entre tais tecnologias, destacam-se os ambientes dinâmicos de geometria dinâmica, que têm impulsionado a forma como se ensina e como se aprende e contribuído para o desenvolvimento do *sentido geométrico*, a finalidade principal da Geometria.

Ainda assim, alguns autores como Ponte, Branco & Matos (2009), levantam a questão se as novas tecnologias devem substituir o papel e lápis, ou se deve existir uma complementaridade, sendo que os métodos mais tradicionais não devem ser excluídos da sala de aula nem os únicos a aí permanecer.

2.1 GeoGebra

> "*Na representação de objetos geométricos, a utilização do computador e em particular dos programas de geometria dinâmica é recomendada*." (Breda et al, 2011p. 17)

Como se tem vindo a confirmar pela investigação realizada nos últimos anos, (Veloso, 2002; Ribeiro & Cabrita, 2002; Paiva, 2011; Jonassen et al, 2008; Seppela et al, 2006; Matos, 2011), as aplicações dinâmicas de geometria dinâmica favorecem a compreensão dos conceitos e de relações geométricas, pelo que devem ser utilizadas para observar, analisar, relacionar e construir figuras geométricas e operar com elas. Por isso, não admira que as orientações emanadas pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2007 p.47) indiquem que, desde os primeiros anos de escolaridade, os alunos deverão desenvolver a capacidade de visualização através de experiências concretas com uma diversidade de objetos geométricos e através da utilização das tecnologias, que permitem rodar, encolher e deformar uma série de objetos bi e tridimensionais. As mais usadas têm sido ferramentas como o Cabri-Géomètre e o Geometer Sktechpad. Silva (2012) refere que a disseminação dos *softwares* baseados em ambientes de geometria dinâmica ocorreu no final dos anos 80. Apesar do Cabri-Géomètre ter sido um dos pioneiros nessa abordagem, outros programas foram surgindo paralelamente a ele. Um dos mais importantes foi o Geometer´s Sketchpad. Apesar de ambos, Cabri e Sketchpad, terem sido desenvolvidos na mesma época e possuírem um design semelhante, terão sido desenvolvidos de forma completamente autónoma.

Segundo Goldenberg, Scher & Feurzeig (2008), (id) os princípios que estiveram na base da conceção destes softwares são muito semelhantes. Destaca-se:

- o arrastar, que de fato se viria a tornar a principal característica desses softwares;
- a pequena distância em relação à geometria euclidiana, já que a todo o momento os desenvolvedores dos programas tentavam encontrar um modelo para o seu sistema que fosse o mais próximo do comportamento da geometria plana;
- a reversibilidade dos objetos geométricos, que permitiria, por exemplo, depois de arrastar um objeto para alguma posição do ecrã, fazer com que retornasse à posição anterior, encontrando um objeto idêntico àquele que fora arrastado de início;
- a continuidade, tão difícil de ser implantada no modelo matemático dos programas;
- a intuitividade de utilização.

Mais recentemente, surgiu o GeoGebra, que se constitui uma mais valia, quando comparado com outras aplicações, por aliar a manipulação gráfica às representações algébrica e de cálculo. Foi desenvolvido por Markus Hohenwarter e uma equipa internacional de programadores, especificamente para potenciar a aprendizagem e o ensino da matemática nas escolas, Ribeiro (2002).

Vários autores salientam vantagens na utilização do GeoGebra no ensino da matemática, Duval (2006), Misfeldt (2009) e Mehanovic (2009), entendem que tal software ajuda a uma melhor compreensão de conceitos matemáticos, pois permite a manipulação de parâmetros e a observação gráfica dessas alterações. No entender de Berger (2012), a maioria dos educadores matemáticos concorda que as tarefas que os alunos resolvem recorrendo às novas tecnologias têm uma importância fulcral e defende ainda que o GeoGebra é uma ferramenta a ter em conta tanto na exploração como na preparação das tarefas matemáticas.

Outros dos autores que realçam a importância do GeoGebra são, Bardini, Pierce e Stacey (2004), que afirmam que o trabalho realizado com a utilização desta ferramenta permite resolver problemas graficamente, permitindo aos alunos estudar um maior número de possibilidades de resolução, utilizando múltiplas representações.

> “Assim, *muitos são os tópicos matemáticos que podem ser explorados com os diferentes recursos deste software, assim como se percebe que depois de algum tempo de uso deste recurso, as aulas com o software se tornam muito produtivas desde que o professor tenha o domínio do conteúdo e que os aspetos operacionais do software são problemas de segundo plano. O GeoGebra é uma excelente sugestão para práticas com a Matemática fazendo uso dos recursos tecnológicos...”* (Ferreira, 2010 p. 16)

3. Transformações geométricas

Recentemente, Portugal viu-se confrontado com um novo Programa de Matemática para o Ensino Básico (Ponte at al, 2007), que esteve a ser implementado, de forma generalizada, desde 2011 e até à sua revogação em 2013.

Tal Programa refere como propósito principal, no tema de Geometria, o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos, com ênfase na visualização e na compreensão de propriedades de figuras geométricas, no plano e no espaço, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades na resolução de problemas geométricos em contextos diversos.

Refere, também, que se devem estudar, logo desde o 1.º Ciclo, diversas transformações geométricas isométricas, primeiro de forma intuitiva em associação com os frisos e depois com crescente formalização.

3.1 Clarificação de conceitos

Segundo (Cabrita at al, 2009), “transformações geométricas são aplicações bijetivas do espaço sobre si mesmo”. No caso particular do 1º CEB, o espaço em causa é o plano euclidiano. Segundo os mesmos autores, nesse espaço bidimensional euclidiano, “uma *transformação geométrica* é uma função T definida para todos os pontos de R^2, nas seguintes condições:

i. A cada ponto L de R^2, T faz corresponder um (e um só) ponto de R^2, designado,muitas vezes, por L' e chamado imagem ou transformado de L – T(L) = L';
ii. Se M e N são dois pontos distintos de R^2, então M' e N' são dois pontos distintos (de R^2), ou seja, a dois pontos distintos correspondem sempre duas imagens distintas;
iii. Para qualquer ponto S de R^2, existe sempre um ponto V de R^2, tal que S é imagem de V por meio de T, ou seja, todo o ponto de R^2 é imagem de um ponto de R^2" (id, ib)

As transformações geométricas que devem ser trabalhadas ao nível do 1º Ciclo do Ensino Básico centram-se nas isometrias que, por definição, são transformações que preservam as distâncias (Palhares, 2004; Cabrita et al, 2009).

Por isso, podem ser consideradas como um tipo particular de transformações de semelhança. Segundo Breda et al. (2011), transformação de semelhança é uma transformação do plano no plano que preserva a razão das distâncias entre quaisquer dois pontos (distintos) do plano e os respetivos transformados. Uma isometria do plano será então uma transformação de semelhança de razão 1.

Só há quatro tipos de isometrias no plano euclidiano - translação, rotação, reflexão e reflexão deslizante, que permitem que uma figura e a sua transformada pela aplicação sejam congruentes. Por vezes tais isometrias são associadas a movimento, porém, matematicamente, não há qualquer movimento físico. Por isso, são conhecidas, também, como movimentos rígidos do plano euclidiano no plano euclidiano (Breda *et al.*, 2011). Esse aparente movimento (que não é mais do que uma representação física da correspondência em causa) reporta-se a todo o plano e não apenas a um ponto ou a uma figura do mesmo (Cabrita et al., 2009).

As isometrias estão na base das simetrias. Segundo Breda et al (2011 p. 96*):*

" Dizemos que uma isometria f é uma simetria para a figura $\mathcal{F}$ se f fixa (deixa invariante) essa figura, isto é, se f ($\mathcal{F}$) = $\mathcal{F}$.

Uma vez que a composição de duas simetrias de uma dada figura $\mathcal{F}$ é ainda uma simetria de $\mathcal{F}$ e que a transformação inversa de uma simetria de $\mathcal{F}$ é ainda uma simetria de $\mathcal{F}$, o conjunto constituído por todas as simetrias de $\mathcal{F}$ munido da operação composição de funções, e um grupo, o grupo das simetrias de $\mathcal{F}$."

As figuras podem apresentar simetrias por: reflexão, rotação, como é o caso das rosáceas, e por translação, como é o caso dos frisos.

Por translação, (ver figura seguinte) entende-se uma transformação geométrica associada a um vetor que "desloca" a figura original, segundo uma direção, um sentido e um comprimento. A translação transforma uma figura noutra figura. As figuras são geometricamente iguais. As translações conservam a direção e o comprimento de segmentos de reta e as amplitudes dos ângulos, Cabrita et al, (2010).

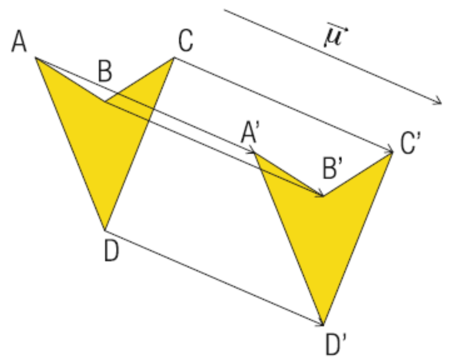


Fig. 1 – Translação de um quadrilátero [ABCD] associada ao vetor $\vec{u}$ Fonte: Cabrita et al, (2010)

Na definição de rotação (ver figura seguinte), a figura inicial vai "rodando" em diferentes ângulos segundo um ponto central, o centro de rotação, ou seja, a figura final é obtida através de uma figura inicial, onde é mantido fixo um ponto (o centro da rotação) e todos os outros sofrem "deslocações" associadas a ângulos de uma certa amplitude e em torno do ponto fixo, Cabrita et al, (2010). Pode ser positiva, quando se "move" ao contrário do sentido dos ponteiros do relógio, ou negativa, quando se move no mesmo sentido dos ponteiros dos relógios.

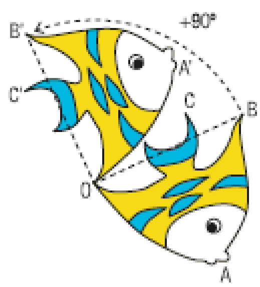


Fig. 2 - Rotação de centro O e medida de amplitude do ângulo de + 90º da figura [ABCO]. Fonte: Cabrita et al, (2010)

Numa reflexão, (ver figura seguinte), cada ponto da figura original e o correspondente da figura refletida estão sobre uma reta perpendicular ao eixo de reflexão e a igual distância desse eixo, Cabrita et al, (2010).

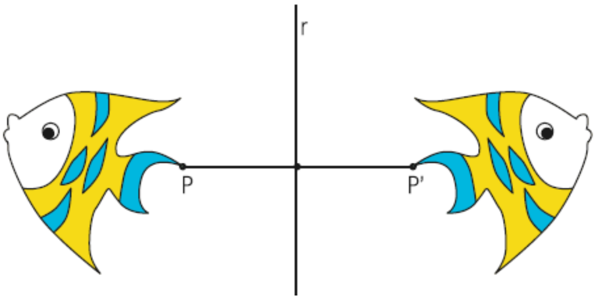


Fig. 3 - Reflexão de uma figura associada ao eixo r. Fonte: Cabrita et al, (2010)

As reflexões deslizantes são a composição de uma reflexão com uma translação, por meio de um vetor, com a mesma direção da reta de reflexão, ou seja, uma reflexão segundo um eixo, seguida de um deslocamento com a direção desse eixo, Cabrita et al, (2010).

Frisos (ver figura seguinte) são figuras que apresentam simetria por translação numa única direção. Mais formalmente, "Um friso é um subconjunto F do plano cujo grupo de simetria (conjunto de todas as simetrias de F) contém translações numa só direção – a do eixo fixado" (id, 59).

Fig. 4 – Exemplo de friso. Fonte: Cabrita et al, (2010)

As rosáceas são figuras que apresentam sempre simetria por rotação, podendo também apresentar simetria por reflexão, não admitindo simetria de translação nem simetria de reflexão deslizante. Os grupos de simetria destas figuras (cíclicos ou diedrais) são finitos e apresentam um ponto do plano que é fixo para todas as simetrias da figura (Cabrita et al, 2009; Breda et al, 2011; Veloso, 2003).

3.2 Abordagem didática

O programa de matemática (Ponte et al, 2007) apresenta, na área da geometria apenas um tópico relacionado com as isometrias, com a designação "reflexão" sendo que, para os 1º e 2º anos, enuncia três objetivos específicos: a) Identificar no plano figuras simétricas em relação a um eixo; b) Desenhar no plano figuras simétricas relativas a um eixo horizontal ou vertical e c) Resolver problemas envolvendo a visualização e a compreensão de relações espaciais (p.22)

Já para os 3º e 4º anos, os objetivos específicos são: a) Identificar no plano eixos de simetria de figuras; b) Construir frisos e identificar simetrias; c) Resolver problemas envolvendo a visualização e a compreensão de relações espaciais (id, p.23)

As metas recentemente introduzidas, apresentam a seguinte estrutura no que se refere ao 1º ciclo, (Serrazina, L. et al 2010):

Meta Final 25 - Compreende a noção de reflexão.

Metas intermédias até ao 2.º Ano

- Identifica no meio natural e físico o transformado de uma figura numa reflexão de eixo vertical ou de eixo horizontal.
- Identifica polígonos com simetria de reflexão. (p. 22)

Metas intermédias até ao 4.º Ano

- Identifica eixos de simetria em figuras no plano.
- Identifica simetrias em figuras diversas, nomeadamente: polígonos; frisos.
- Representa frisos com simetrias de reflexão. (p.23)

Nas orientações emanadas pelo programa de matemática (Ponte et al,2007), sustenta-se a importância da utilização de materiais manipuláveis no estudo das simetrias e das isometrias, de instrumentos de medida e de desenho como: régua, esquadro, compasso e transferidor. Por exemplo, nas notas propõe-se, a utilização de espelhos e miras na exploração de reflexões; a construção, no plano, de figuras simétricas através de dobragens e recortes e utilizando papel quadriculado; a exploração de frisos identificando simetrias de translação, reflexão, reflexão deslizante e rotação (meia-volta). Advoga-se, ainda, a relevância da utilização de programas de geometria dinâmica e applets na compreensão de conceitos, na exploração de propriedades e de relações entre entes geométricos. A este nível e comparativamente com o programa anterior, destaca-se, por um lado, a referência explícita que agora é feita ao uso de programas de geometria dinâmica e de applets e, por outro, ter deixado de ser explicitamente mencionada a linguagem Logo (Cabrita et al, 2009). Segundo Breda et al (2011 p. 21) "*A utilização das tecnologias é hoje imprescindível quando nos referimos ao ensino da Matemática e, em particular, ao da geometria*". Por outro lado, para Veloso (1999) as atividades de natureza exploratória e investigativa devem desempenhar um papel importante nas aulas e no currículo de Matemática, em todos os níveis escolares.

CAPÍTULO II – MÉTODO

Neste capítulo, apresentam-se e fundamentam-se as opções adotadas neste estudo; apresenta-se, num esquema, o "design" da investigação e as respetivas técnicas e instrumentos de recolha de dados; procede-se a uma caracterização geral da turma à qual pertencem os participantes no estudo, e mais em particular dos alunos caso; caracterizam-se as técnicas e os instrumentos de recolha de dados e descreve-se o estudo. Termina-se com a explicitação da forma como os dados foram tratados e serão apresentados no capítulo seguinte.

1. Opções metodológicas

A opção por um método de cariz marcadamente qualitativo que se subordina a um paradigma construtivista interpretativo prende-se, essencialmente com a própria natureza da investigação.

Na opinião de Shaw (1999), citado por Coutinho (2011, p.27), mais importante do que o "rigor" é a relevância dos significados e, daí, que o propósito do investigador não seja de generalizar mas particularizar, nomeadamente a partir de casos, estudar dados a partir de uma situação concreta, buscando fatores universais concretos. Citando Fernandes (1991, p.4) "O foco da investigação qualitativa é a compreensão mais profunda dos problemas, é investigar o que está "por trás" de certos comportamentos, atitudes ou convicções." Ainda segundo este autor, a investigação qualitativa fornece informação acerca do ensino e da aprendizagem que de outra forma não se pode obter. Por exemplo, através de observação detalhada e planeada e de interação estreita com os sujeitos, podem estudar-se os processos cognitivos que utilizam na resolução de situações problemáticas.

Ainda segundo Coutinho (2011), na abordagem qualitativa, para a obtenção e análise dos dados utilizam-se, de preferência, técnicas de observação, cujo objetivo é recolher os dados no meio natural em que ocorrem, com a participação ativa do investigador.

Na perspetiva desta *abordagem* qualitativa, a presente investigação deverá ser orientada por um design de "estudo de caso" (Ponte, 2007 e 2012). A característica que melhor identifica e distingue esta estratégia ou design metodológico é o facto de se tratar de um plano de investigação que envolve um estudo intensivo e detalhado de uma entidade bem definida: o "caso".

Encontram-se na literatura diversas classificações para os tipos de estudo de caso. Yin (2005) divide a classificação de estudo de caso em único e múltiplo. Para Stake (2001), o estudo de caso pode ser intrínseco, quando o pesquisador tem interesse intrínseco naquele caso em particular; instrumental, quando o interesse do pesquisador é uma questão que o caso vai ajudar a resolver; ou coletivo, quando o pesquisador não se concentra em um só caso, mas em vários. Para André (2005) é possível definir quatro grandes grupos: etnográfico quando um caso é estudado em profundidade pela observação participante; avaliativo se o caso ou um conjunto de casos é estudado de forma profunda com o objetivo de fornecer aos investigadores informações que os auxiliem a julgar méritos e valores de políticas, programas ou instituições; educacional, quando o pesquisador está preocupado com a compreensão da ação educativa, onde se busca contribuir para o desenvolvimento do caso por meio de retorno de informação.

Yin (2001) e Stake (2001), reforçam a existência de estudos de caso exploratórios, descritivos ou explanatórios.

O presente trabalho será pois enquadrado num estudo de caso múltiplo com características essencialmente exploratórias, embora tenha ténues aproximações à lógica da investigação-ação que, na opinião de Ponte (1994), constitui um trabalho de intervenção em que as problemáticas e as decisões relativas ao desenvolvimento da investigação são fortemente partilhadas pelo investigador e os participantes e que recorrem usualmente a metodologias qualitativas.

Segundo Dick (1999), citado por Coutinho (2011 p.313), "*A investigação-ação pode ser descrita como uma família de metodologias de investigação que incluem ação (ou mudança) e investigação (ou compreensão) ao mesmo tempo, utilizando um processo cíclico ou em espiral, que alterna entre ação e reflexão crítica. Nos ciclos posteriores, são aperfeiçoados, de modo contínuo, os métodos, os dados e a interpretação feita à luz da experiência (conhecimento) obtida no ciclo anterior".*

Neste contexto, pode-se considerar que os ciclos assumiram a forma de micro ciclos, de aulas ou blocos de aulas, porque de umas para as outras foram sendo introduzidas as mudanças necessárias a uma aprendizagem efetiva e significativa. É necessário ter em conta que, tratando-se de uma investigação na área da educação e que vai incidir sobre o processo de aprendizagem de alunos de uma faixa etária baixa, não seria eticamente correto esperar pela conclusão do estudo para proceder a eventuais reformulações. Assim, sempre que se revelou necessário, introduziram-se correções e reformulações ao plano inicialmente traçado, uma vez que o interesse superior das crianças se sobrepõe à importância da própria investigação

2. Esquema de investigação

O esquema desta investigação (figura 1) envolve seis etapas, a primeira das quais consistiu na caracterização dos alunos, utilizando como instrumento de recolha de dados o projeto curricular de turma e os registos biográficos existentes na escola e ainda um questionário inicial (anexo1). A segunda etapa consistiu na conceção e elaboração de uma sequência didática relacionada com as isometrias, tendo por base o currículo de matemática do Ensino básico. Na terceira etapa, procedeu-se à aplicação de um pré-teste, (anexo 2). A quarta etapa consistiu na implementação da sequência didática anteriormente concebida (Anexos 3,4,5,6,7,8), durante a qual foram tomadas notas de campo mais detalhadamente inscritas num *Diário de Bordo*. A quinta etapa consistiu na aplicação do pós-teste. Optou-se pela designação pré-teste e pós-teste para explicitar o momento da sua aplicação mas o teste aplicado inicialmente tem intenções diagnosticas e o teste aplicado no final do estudo tem intenções sumativas. Por fim, procedeu-se à aplicação de um questionário final (anexo 9).

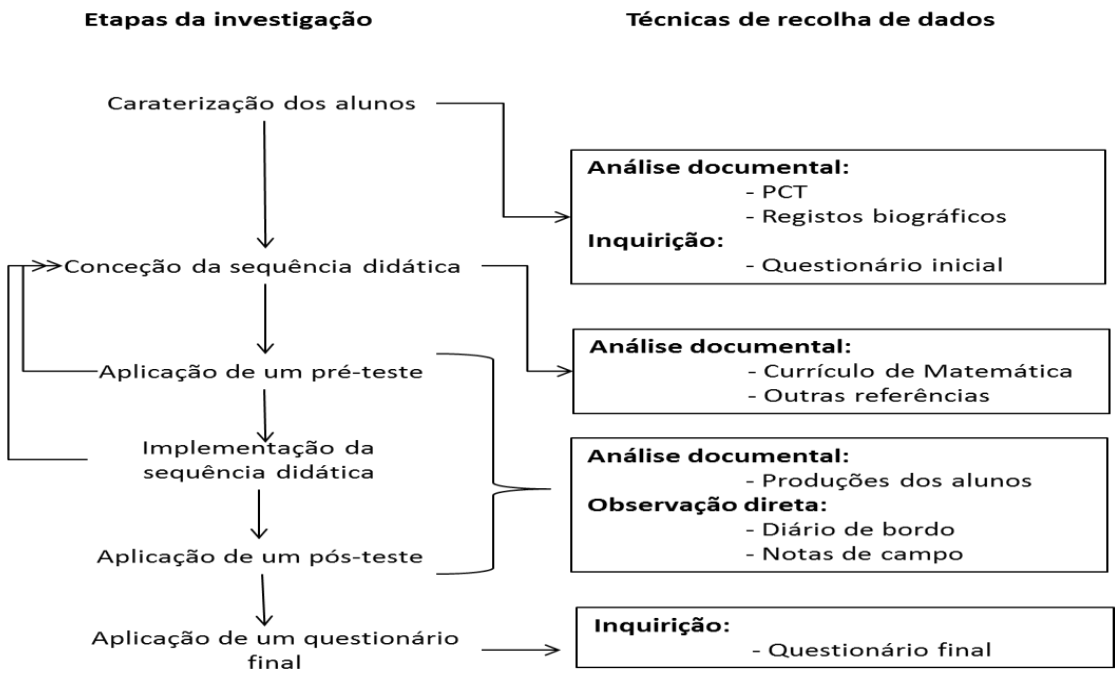


Fig. 5 – Esquema representativo do design de investigação

3. Participantes no estudo

O estudo desenvolveu-se com dois pares de alunos do 4º ano de escolaridade de uma turma mista (1º e 4º anos de escolaridade) de uma Escola Básica do 1º Ciclo do Ensino Básico do Distrito de Aveiro.

O professor/investigador teve uma participação ativa neste estudo, visto que planeou e conduziu todos os acontecimentos decorrentes desta investigação.

A escolha do 4º ano de escolaridade prendeu-se com o facto de o Programa de Matemática incluir, neste nível, vários tópicos relacionados com as transformações geométricas passíveis de ser abordados através da utilização do GeoGebra.

A Escola onde decorreu o estudo está inserida num concelho cuja economia se baseia predominantemente na indústria e nas atividades ligadas à agricultura. As indústrias do concelho englobam, essencialmente, os ramos da metalurgia e da pasta de papel.

A população escolar era predominantemente oriunda de famílias cujas atividades profissionais se centravam na indústria. A par destas atividades, uma grande parte destas famílias explorava pequenas porções de terreno agrícola em regime familiar, constituindo, assim, a agricultura um importante fator de subsistência. É uma região bastante assolada pelo desemprego e outros problemas sociais, sendo que quase 50% dos alunos da escola beneficiavam de apoio socioeconómico.

A maior parte dos progenitores da população escolar possuía habilitações ao nível dos 2º e 3º Ciclos registando-se, ainda, alguns casos de habilitações quer ao nível do 1º Ciclo quer ao nível do Ensino Superior.

A escola tinha 54 alunos distribuídos por 3 turmas do 1º Ciclo e 2 turmas do pré-escolar.

3.1 A turma

Para caracterizar a turma, utilizaram-se os dados obtidos através do questionário inicial (anexo 1), dos registos biográficos dos alunos e dos Projetos curriculares de turma. Era constituída por 23 alunos, 13 a frequentar o 1º ano e 10 a frequentar o 4º, sendo que o estudo se reportará unicamente a este último grupo, que é composto por 6 raparigas e 4 rapazes, todos eles sem qualquer retenção. À data de realização do estudo, todos tinham 9 anos.

A maioria dos alunos afirmou gostar de matemática. Apenas um deles afirmou não gostar da disciplina.

Como se pode verificar na tabela seguinte (tabela 1), a maioria considerou ter um desempenho razoável e apenas um aluno se considerou fraco. Esta autoavaliação é bastante próxima dos resultados efetivamente obtidos na disciplina, durante as provas realizadas, no início do ano letivo, e os resultados registados nas suas fichas biográficas, o que indicia uma boa capacidade de se autoavaliarem.

Tabela 1 – Autoavaliação do desempenho a matemática

Consideras-te bom aluno a matemática			
Muito bom	Razoável	Fraco	Muito fraco
2	7	1	0

No que diz respeito ao interesse e familiarização com a informática, todos os alunos afirmaram ter computador em casa, embora apenas 7 referissem ter Internet.

Da mesma forma, todos os alunos referiram gostar de utilizar o computador, sendo que 8 referiram gostar muito (tabela 2), o que indicia que a utilização do computador é uma mais-valia em termos motivacionais.

Tabela 2 - Gosto pela utilização do computador

Gostas de utilizar o computador			
Gosto muito	Gosto	Gosto pouco	Não gosto
8	2	0	0

No que respeita aos conhecimentos de informática, (tabela 3), todos os alunos assinalaram ter um conhecimento médio, apesar de, na realidade, apresentarem competências muito díspares, sendo que alguns deles apenas dominam os procedimentos mais básicos, conforme o constatado no início do ano letivo nas avaliações de rotina feitas pelo professor.

Tabela 3 - Conhecimento a nível informático

Consideras que o teu conhecimento a nível de informática é:			
Elevado	Médio	Fraco	Nulo
0	10	0	0

Quanto ao local onde habitualmente utilizavam o computador (tabela 5), verifica-se uma predominância de respostas "em casa" sendo que a maioria o faria diariamente. A pouca utilização que os alunos faziam dele na escola prende-se as condições da mesma, pois tratava-se de uma escola do 1º Ciclo onde apenas existia um computador, bastante antigo, por cada sala de aula.

Tabela 4 - Local e frequência de utilização do computador

Onde e com que frequência costumas utilizar o computador?				
	Diariamente	Semanalmente	Raramente	Nunca
Em casa	6	2	2	0
Em casa de familiares	3	1	3	3
Na escola	1	0	3	6
Noutro local	0	1	9	0

De acordo com os dados sintetizados na tabela seguinte, (tabela 5), os alunos afirmaram utilizar sempre ou quase sempre o computador como instrumento lúdico e de comunicação e só depois como ferramenta de trabalho.

Tabela 5 - Fim para o qual utiliza o computador

Com que fins utilizas o computador?				
	Sempre	Quase sempre	Raramente	Nunca
Como ferramenta de estudo	0	6	4	0
Como meio de comunicação	3	3	2	2
Como instrumento lúdico	6	1	3	0
Outra finalidade	0	0	0	10

Quando indagados sobre a sua capacidade de lidar com ficheiros informáticos, a quase totalidade dos alunos afirmou ser capaz de os abrir, principalmente se estiverem localizados na pasta do computador ou numa pendrive. Revelaram, no entanto, desconhecimento quando se tratava de trabalhar com o suporte CD-ROM (tabela 6).

Tabela 6 - Capacidade de abrir ficheiros informáticos

Sabes abrir um ficheiro que esteja guardado?		
	Sim	Não
Numa pasta do computador	9	1
Numa pendrive	8	2
Num CD-ROM	2	8

Os alunos revelaram, na parte do questionário direcionada para a geometria, que apreciavam esta área e a consideravam bastante relevante em termos de importância, o que pode ser verificado pelas respostas sintetizadas seguintes. (ver tabelas 7 e 8)

Tabela 7 - Gosto pela geometria

Gostas de Geometria?			
Gosto muito	Gosto	Gosto pouco	Não gosto
9	1	0	0

Tabela 8 - Grau de importância da geometria

Consideras a geometria importante			
Muito importante	Importante	Pouco importante	Nada importante
3	5	2	0

Quando indagados sobre contactos prévios com software de geometria dinâmica, a totalidade dos alunos revelou nunca ter trabalhado com este tipo de aplicação.

Quanto às representações dos alunos sobre a criatividade, (tabela 9), 3 dos alunos consideraram não ser possível ser criativo em matemática. Os restantes 7 entenderam que é possível, em particular na área da geometria, dando exemplos como: *"fazer figuras que não existiam", "criando geometria"* e *"nos ângulos".* Quando se pediu que enunciassem o que era para eles ser criativo, surgiram algumas respostas comuns como: *"ter imaginação"* e *"criar coisas"* como se pode verificar na seguinte.

Tabela 9 - Respostas à questão: O que significa para ti ser criativo?

Ter imaginação	5
Criar coisas	3
Fazer coisas bonitas	1
Ter ideias	1

As áreas em que pensavam ser possível ser criativo são, principalmente, a pintura e o desenho, embora algumas respostas apontem para outras áreas, como as ciências e a língua portuguesa (ver tabela 10).

Tabela 10 - Áreas nas quais é possível ser criativo?

Pintura e desenho	7
Arte	3
Ciências	2
Matemática	1
Língua portuguesa	2
Música	4

No quadro seguinte (tabela 11), pode-se verificar que a totalidade dos alunos se considerou criativo, sendo que, no entanto, 5 deles assinalaram não ter opinião sobre a possibilidade de a criatividade ser um dom raro só ao alcance de alguns. No que diz respeito à relação entre a idade e a criatividade, as opiniões mostraram-se muito divididas mas, ainda assim, a totalidade dos alunos entendeu que esta é uma característica que pode ser desenvolvida.

Também existiu alguma dispersão sobre se a criatividade seria uma capacidade fundamental existindo, também, uma grande divisão quanto ao papel da escola como agente limitador dessa criatividade.

Oito dos inquiridos acreditavam ser possível avaliar a criatividade dos alunos.

Quanto à relação entre a matemática e a criatividade, os alunos mostraram-se muito divididos dando respostas algo contraditórias tendo, muito deles, assinalado a opção "sem opinião" o que parece indiciar alguma confusão sobre o tema.

Já no que respeita à importância de aulas de matemática criativa, como contributo para a melhoria das aprendizagens dos alunos, nove deles atribuíram bastante importância.

Tabela 11 – Representações da criatividade

	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Nunca	Sem opinião
Eu considero-me criativo.	6	4	0	0	0
A criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.	0	2	3	0	5
A criatividade varia consoante a idade.	3	2	2	0	3
A criatividade é uma característica individual.	5	3	2	0	0
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhe for dada essa oportunidade.	6	4	0	0	0
A criatividade é uma capacidade fundamental.	3	4	2	1	0
A escola limita a criatividade dos alunos.	1	4	4	1	0
É possível avaliar a criatividade dos alunos.	3	4	1	0	2
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.	1	2	3	1	2
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.	4	2	2	0	2
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".	2	1	2	1	4
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.	6	3	0	0	1

3.2 O professor/investigador

O professor obteve o grau de bacharelato, na Universidade de Aveiro, em 1993, e obteve a Licenciatura através da frequência do Curso de Complemento de Formação para Professores do 1º Ciclo do Ensino Básico, no ano de 2005, nessa mesma Universidade. À data de realização deste trabalho, contava com 18 anos de serviço. Durante a sua atividade profissional, lecionou no 1º e no 3º Ciclos do Ensino Básico e, durante seis anos, foi formador do Programa de Formação Contínua de Matemática, integrando a equipa do projeto m@c1 daquela instituição. Era professor do quadro de Agrupamento de Escolas de uma escola situada numa vila do concelho de Aveiro mas encontrava-se a lecionar noutro agrupamento deste concelho ao abrigo de Destacamento por Ausência de Componente Letiva (D.A.C.L.)

Tendo em conta a natureza do problema em estudo e o duplo papel de professor/investigador, tentou promover e criar um ambiente que permitisse que o estudo estivesse enquadrado nas normais atividades previstas no projeto curricular de turma, não criando perturbações excessiva no normal desenrolar das aulas.

3.3 Os casos

Segundo Yin (1989), a seleção do número de casos considerado relevante para a investigação é um problema que deve ser objeto de análise em termos do número de replicações teóricas e descritivas que o investigador esperaria ter. Neste estudo, existiram, à partida, constrangimentos que se prenderam com o número de elementos do 4º ano de escolaridade, apenas dez, e com o fato de alguns alunos não terem estado presentes durante a aplicação integral da sequência didática que serviu de base a este trabalho. Por outro lado, dado o número de computadores disponíveis e a convicção de que há mais-valias caso este tipo de trabalho seja desenvolvido a pares, constituíram-se 5 pares. A formação destas díades resultou da escolha voluntária dos alunos. Optou-se pela seleção de dois pares de alunos que participaram em todas as atividades previstas.

À data da realização do estudo, estes alunos tinham nove anos de idade e não apresentavam retenções no ciclo de escolaridade. Por outro lado, estes pares foram escolhidos tendo por base uma tentativa de abranger todo o espectro de desempenho escolar e ter representantes de ambos os sexos.

Os grupos serão designados, neste estudo, por G1 (grupo1) e G2 (grupo 2). O grupo G1 era constituído por dois alunos do sexo masculino que, neste estudo, serão designados por André e Tadeu, e o grupo G2, por um elemento do sexo masculino e outro do sexo feminino, neste estudo, designados por Manuela e Jorge.

O sujeito André apresentava bom desempenho a matemática e Tadeu, desempenho razoável, sendo o primeiro muito esforçado e empenhado enquanto o segundo apresentava comportamento oposto. No grupo G2, a aluna Manuela apresentava um bom desempenho a matemática, esforçada e empenhada e o Jorge apresentava o pior desempenho da turma, com grande grau de desmotivação.

4. Técnicas e instrumentos de recolha de informação

"*Os investigadores qualitativos abordam o mundo de forma minuciosa"* (Bogdane & Biklen, 1994)

As técnicas mais utilizadas na recolha de informação de natureza qualitativa são a observação direta, a inquirição e a análise documental. Para as operacionalizar, neste estudo, recorreu-se a diversos instrumentos: Questionários (Inicial e Final), Teste, Diário de Bordo e outros documentos, como produções dos alunos, na tentativa de ilustrar, de forma mais completa possível, as situações e as experiências dos sujeitos. Na opinião de Ludke e André (1986), na procura do conhecimento da realidade, todos os detalhes são importantes.

4.1 Inquirição

O inquérito por questionário foi utilizado como forma de recolha de informação que permitiu, numa primeira fase, conhecer características do público-alvo, relacionadas com o tema a explorar e com aspetos tecnológicos e, numa fase final, conhecer, entre outros aspetos, as opiniões dos alunos face ao estudo realizado.

As questões dos Questionários Inicial e Final foram elaboradas tendo em conta o nível de escolaridade dos inquiridos e as características da turma.

Pardal e Correia (1995 e 2012) classificam as questões a apresentar nos questionários da seguinte forma:

1. Perguntas abertas, possibilitando-se a total liberdade de resposta ao inquirido;
2. Perguntas fechadas do tipo dicotómico, com respostas de sim e não;

   2. a)Perguntas de escolha múltipla em leque aberto, oferecendo várias possibilidades de resposta dentro de um leque variado de opções, incluindo também a possibilidade de acrescentar novos itens;

2. b)Perguntas de escolha múltipla de avaliação, oferecendo ao respondente um conjunto de opções, procurando captar os diversos graus de intensidade face a um determinado assunto.

4.1.1 Questionário Inicial

O primeiro instrumento a ser utilizado foi o Questionário Inicial (anexo 1), através do qual se efetuou uma série de perguntas dirigidas aos alunos com o intuito de recolher dados sobre os seus gostos, nomeadamente, em relação à disciplina de matemática e à informática, bem como sobre os seus hábitos e conhecimentos básicos de utilização do computador. Admite, ainda, questões mais específicas, orientadas para a geometria e o uso de software dinâmico de exploração da mesma e sobre a criatividade em geral e aplicada à matemática. É de salientar que este questionário foi previamente validado por dois juízes – um professor do ensino superior, doutorado em Didática, e uma mestre em Gestão Curricular e professora do 1º CEB durante 30 anos.

Assim, o Questionário Inicial encontra-se dividido em seis partes distintas que contribuíram para caracterizar a turma relativamente – à Identificação, ao Percurso Escolar, ao Uso de computador, à Geometria, a Ambientes (Dinâmicos) de Geometria Dinâmica e às Representações acerca da criatividade em matemática.

Na primeira parte, colocaram-se questões abertas, relativas à idade, ao nome, e à localidade onde habitavam e uma questão fechada dicotómica relativa ao sexo.

A segunda parte integra duas questões fechadas, relativas ao percurso académico. Pretendia-se averiguar se gostavam de Matemática (questão dicotómica) e se se consideravam bons alunos à disciplina (escolha múltipla de avaliação).

A terceira parte é composta por oito questões, principalmente de escolha múltipla, visando obter informações relativas ao uso de computador – se possuíam e se estava ligado à Internet, onde e com que frequência o utilizavam e qual o gosto que nutriam por esta ferramenta. As restantes perguntas dirigiam-se aos fins com que utilizavam o computador, como viam o seu conhecimento ao nível de informática, quais os conhecimentos básicos de utilização do computador e qual a importância do seu uso no processo de ensino aprendizagem.

Por sua vez, na quarta parte, encontram duas questões de escolha múltipla de avaliação, ligadas ao tema Geometria – perguntou-se se gostavam de Geometria e qual a importância que lhe atribuíam.

A quinta parte deste Questionário é constituída por uma única questão do tipo dicotómico, que visava saber se os alunos já tinham tido algum contacto com softwares de geometria dinâmica.

Por último, com a sexta parte, procurou-se recolher, através de perguntas abertas ou fechadas, informação que diz respeito às representações que os alunos tinham da criatividade. Designadamente, procurou-se saber o significado e a importância que lhe atribuem no processo educativo e qual o papel que desempenha na área da matemática.

4.1.2 Questionário Final

Com o questionário Final (anexo 9) pretendeu-se recolher a opinião dos alunos acerca do processo de aplicação da sequência didática, bem como inferir da evolução das representações acerca da criatividade e de possíveis alterações da perspetiva sobre a matemática e os conceitos trabalhados. Este instrumento encontra-se dividido em cinco partes, a primeira com a identificação do aluno; a segunda incindindo sobre as ferramentas utilizadas, com particular incidência no GeoGebra; a terceira sobre a criatividade; a quarta referente às transformações geométricas e à forma como o trabalho realizado favoreceu a sua aprendizagem e, por último, uma quinta parte com enfoque nas atitudes acerca da matemática em geral e da geometria em particular.

À semelhança do questionário inicial, também este instrumento foi validado pelo mesmo conjunto de juízes.

No primeiro grupo, os alunos colocavam apenas o primeiro nome.

No segundo, foi colocada uma tabela onde manifestavam o grau de concordância sobre 10 afirmações acerca da natureza e utilidade das ferramentas utilizadas, desde as tradicionais até às informáticas.

O mesmo "modus operandi" foi utilizado para a terceira secção deste questionário, referente à criatividade, com uma tabela com 11 questões de escolha múltipla e duas do tipo dicotómico, através das quais se pretendeu aferir o sentir dos alunos sobre a temática.

O quarto tópico pretendeu aferir o sentir dos alunos em relação ao conhecimento adquirido ao nível das transformações geométricas sendo também ele constituído por três afirmações para as quais se solicitava o grau de concordância, através de questões de escolha múltipla.

No quarto tópico relacionado com as atitudes, colocaram-se, de igual modo uma série de três afirmações que apelavam à manifestação do grau de concordância recorrendo-se, também, a escolha múltipla.

4.2 Análise documental

Os dados foram recolhidos utilizando técnicas de análise documental, inquirição e observação direta.

4.2.1 Teste

O teste (anexo 2) foi elaborado tendo em conta os objetivos do estudo mas tendo por base os objetivos definidos no Currículo e no Programa de Matemática para o quarto ano de escolaridade, com as necessárias adaptações, de forma a ser perfeitamente enquadrado no Projeto Educativo da Escola e no Projeto Curricular de Turma. Neste contexto, o teste apresenta seis questões, sendo as primeiras quatro orientadas para os conteúdos programáticos relacionados com as isometrias e as últimas duas mais orientadas para a criatividade. As tarefas propostas são de natureza diversificada, sendo que algumas apelam ao uso de ferramentas ditas “tradicionais” como réguas, transferidores, papel e lápis e outras apelam à utilização de tecnologia mais recente em particular ao recurso do computador e ao GeoGebra, respeitando o princípio da coerência com o que foi feito no âmbito da abordagem do tópico em causa.

A primeira questão visava aferir os conhecimentos dos alunos sobre a isometria reflexão, solicitando que descobrissem e traçassem o eixo de reflexão, dada uma figura e a sua transformada por essa isometria.

A segunda tarefa centra-se na translação, sendo solicitado aos alunos que descobrissem e traçassem o vetor associado à isometria em causa.

Na terceira questão, pediu-se aos alunos que descrevessem possíveis formas de obter o friso apresentado, sendo que deveriam ser capazes de identificar um módulo inicial e as transformações geométricas a que o mesmo teria de ser sujeito para se obter a figura.

A quarta tarefa consiste em descobrir quais as isometrias aplicadas a uma figura apresentada para se obter a sua transformada. Nesta fase, foi solicitado aos alunos que reproduzissem essas transformações com recurso ao GeoGebra mas que registassem, em papel, os procedimentos efetuados, a fim de ser percetível se realizaram, de facto, as transformações ou se se limitaram a reproduzir, por outros processos, a imagem apresentada.

A alínea 5 do teste é orientada para a criatividade pelo que, deliberadamente, foi formulada numa tentativa de dar espaço e liberdade aos alunos que lhes permitisse, efetivamente, ser criativos, sem que se sentissem condicionados por orientações "excessivas". No entanto, numa tentativa de perceber os processos utilizados no trabalho criativo dos alunos e também no sentido de reforçar a capacidade de comunicação matemática, na última questão é solicitado que os alunos descrevam os procedimentos utilizados na criação anterior.

As tarefas propostas neste teste tiveram por base o trabalho realizado no âmbito do programa de formação matemática m@c 1, tendo muitas delas sido experimentadas e aplicadas no decurso do trabalho desta formação. Apenas sofreram as necessárias adaptações, de forma a serem coerentes com os objetivos do estudo.

4.2.2 Outras produções dos alunos

Yin (1989) refere a importância de recolher informação a partir da análise de documentos que possam estar disponíveis. Para Stake (2007), por vezes os documentos servem para substituir os registos de atividades que o investigador não teve oportunidade de observar diretamente.

Numa primeira fase, recolheu-se informação a partir de documentos que orientam e regulam o trabalho nas escolas, como é o caso do currículo nacional de matemática, das planificações de escola, do projeto curricular de turma. Estes serviram de orientação para a planificação e elaboração da sequência didática. Foram também utlizados os registos biográficos dos alunos, que permitiram recolher informações sobre os mesmos, quer no que diz respeito aos seus antecedentes escolares, como ao seu enquadramento social.

No entanto, a análise documental recaiu, essencialmente, sobre os produtos em formato digital e em suporte de papel, derivados da resolução das tarefas propostas ao longo das aulas (ver anexos 3 a 8)

4.3 Observação

As observações efetuadas no âmbito deste estudo incidiram, particularmente, nas sessões de trabalho em torno das tarefas da sequência didática.

Atendendo ao papel assumido pelo investigador, de participante, enquanto professor da turma, coube-lhe a função de planificar e coordenar todo o trabalho e prestar apoio aos alunos.

Neste contexto e sempre que possível, foram tomadas notas de informações consideradas relevantes que foram depois mais pormenorizadamente registadas no Diário de Bordo, tal como sugerem (Bogdan e Biklen, 1994).

O registo incidiu, principalmente sobre “o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo” (id: 150). Estes registos podem, assim, ser uma fonte importante que permitem ao investigador “acompanhar o desenvolvimento do projeto, visualizar como é que o plano de investigação foi afetado pelos dados recolhidos, e a tornar-se consciente de como é que ele ou ela foram influenciados pelos dados” (id: 151).

As informações recolhidas no terreno foram registadas pelo investigador, logo que possível, preferencialmente no final das aulas ou no final do dia em que se realizou a observação e, posteriormente, foram enriquecidas com pormenores e detalhes das situações ocorridas, de forma a tentar fazer um retrato, o mais fiável possível, dos acontecimentos. Foram registadas, para além de algumas reflexões sobre os episódios de aula mais significativos, as dificuldades sentidas no decurso da implementação das ferramentas de avaliação, tendo sido também anotadas algumas decisões metodológicas que se foram tomando ao longo do processo, fruto de reflexões sobre a evolução do mesmo.

Este registo obrigou a um esforço de reflexão e a uma sistematização do acontecido em cada uma das aulas evitando, assim, a perda de muitos pormenores que, inevitavelmente, ocorreriam se o trabalho fosse realizado com longos interregnos de tempo.

Na elaboração destes registos, o investigador suportou-se da ajuda de fotografias, gravações vídeo e *print screens* dos computadores dos alunos.

5. Descrição do estudo

O estudo foi realizado no ano letivo 2011-2012 numa turma envolvendo alunos do 1º e 4º anos de escolaridade de uma Escola Básica, do 1º Ciclo do Ensino Básico, integrada num agrupamento de escolas do Distrito de Aveiro, e incidiu sobre alunos do 4º ano.

Num primeiro momento, após autorização escrita dos Encarregados de Educação, os alunos responderam ao questionário inicial (descrito anteriormente) (anexo 1). Este preenchimento foi efetuado na sala de aula, durante aproximadamente uma hora. Tendo em atenção a faixa etária dos alunos, o investigador teve o cuidado de informar os alunos sobre qual a finalidade deste trabalho e de ler e explicar cada uma das questões, esclarecendo não se tratar de uma ferramenta de avaliação, mas apenas de uma recolha de dados, pelo que as respostas deveriam ser dadas com a maior sinceridade possível. Posteriormente, os alunos responderam de forma individual.

Num segundo momento, foi aplicado um teste de avaliação, na modalidade "pré-teste" (anexo 2), algumas semanas antes da implementação da sequência didática, a todos os alunos do 4º ano. Este foi planificado para ser efetuado a pares, durante o período da manhã 9.30-12.00h. Com ele pretendia-se, num primeiro momento, analisar os conhecimentos que os alunos detinham sobre o tema mesmo que construídos para além do contexto formal, em contextos não formais ou mesmo informais. Tal avaliação poderia aconselhar alterações à planificação e posteriormente, facilitar a análise da evolução do desempenho dos alunos no pós-teste, após a abordagem didática.

Após a preparação dos computadores, que se revelou muito problemática, uma vez que a maioria eram "Magalhães", em muito mau estado de funcionamento, procedeu-se à formação dos grupos, que foi deixada ao critério dos alunos. Então, o teste foi apresentado à turma, tendo sido lido em conjunto e retiradas dúvidas pontuais. No entanto, o investigador esforçou-se, deliberadamente, por não fazer qualquer avanço na explicação dos conceitos envolvidos. A totalidade do teste foi resolvida a pares, de acordo com as dinâmicas habituais de trabalho desta turma e que se manteriam durante todo este estudo.

A primeira parte do teste foi resolvida pelos grupos com recurso a ferramentas ditas mais tradicionais, como papel, lápis "georrefletores" e réguas. Só numa fase posterior os alunos trabalharam com o computador.

A turma sentiu algum desconforto por se sentir incapaz de resolver a quase totalidade das tarefas propostas. O professor tranquilizou-os, explicando que se tratava de um teste inicial que iria servir de termo de comparação com os resultados obtidos no final da aplicação de uma série de tarefas, ao longo das quais teriam oportunidade de aprender os conceitos solicitados.

Quando os alunos iniciaram a utilização do GeoGebra, ainda durante o teste, o professor aproveitou a ocasião para ir introduzindo os comandos básicos para a utilização do programa. A partir desse momento, os alunos exploraram, com grande motivação, algumas potencialidades do mesmo, criando livremente figuras e alterando-as a seu gosto.

Numa fase posterior, e ao longo de seis sessões, os alunos realizaram conjuntos de tarefas diferentes, que foram elaboradas tendo em vista continuar a explorar os conteúdos referentes às isometrias no plano euclidiano, recorrendo ao uso do GeoGebra.

Todas as tarefas foram aplicadas durante o segundo período letivo, no período da manhã 9.00h-12.00h, tendo o trabalho sido realizado em grupos de dois alunos. Como se verá a seguir, todas as tarefas estruturaram-se em duas partes, uma na qual se faz apelo à utilização de ferramentas ditas tradicionais, como lápis, régua, transferidores etc, e uma outra que implicou sempre o uso do *software* GeoGebra.

Esta abordagem das isometrias pode ser considerada como tendo um cariz criativo, uma vez que adotou formas significativamente diferentes das abordagens tradicionais. Assim, a maioria dos manuais trata a questão de forma descontextualizada, com tarefas isoladas e, pode-se quase afirmar, de modo extemporâneo. Veja-se o caso dos manuais do 4º ano das principais editoras: Rodrigues & Azevedo (2011 p.148), Areal Editores, Lima et al, (2011, p. 98- 100) Porto Editora e Gregório et al, (2011, p. 102-106), Lisboa editora. Nestes, são apresentadas aos alunos tarefas onde somente se apela, quase em exclusivo, ao uso de ferramentas tradicionais, remetendo alguns deles para o trabalho em computador mas, apenas como sugestão de trabalho e sem dar mais orientações específicas. Os conceitos são apresentados de uma forma muito resumida. Apelam à construção de frisos de forma empírica, sem que os alunos trabalhem ou analisem o seu processo de criação e os conceitos envolvidos.

Ao invés dos referidos manuais, este trabalho seguiu uma lógica de trabalho baseado na utilização de uma sequência didática enquadrada por uma história unificadora e que serviu como motivação. Em virtude de a aprendizagem das isometrias ocorrer em simultâneo com a introdução do GeoGebra, o investigador optou por partir das isometrias, mas em associação com a simetria nomeadamente os frisos, como alguns autores sugerem (Breda et al 2007)

"*Para além da realização das tarefas propriamente ditas, o ensino-aprendizagem tem de prever momentos para confronto de resultados, discussão de estratégias e institucionalização de conceitos e representações matemáticas."* (Ponte et al, 2007, p.8).

5.1 Tarefas

*"(...) os tipos de atividades, mas sobretudo sua maneira de se articular, são um dos traços diferenciais que determinam a especificidade de muitas propostas didáticas"(*ZABALA, 1998, p. 53)

As tarefas dão corpo a uma sequência didática, logo, estão criteriosamente encadeadas e visam a introdução e exploração do tópico das isometrias no plano euclidiano. Para além de se perseguir uma sólida apropriação do referido tópico, espera-se que os alunos desenvolvam aptidões tecnológicas bem como a sua criatividade. Foram elaboradas seis tarefas que, em seguida, serão descritas de forma pormenorizada.

Cada uma das tarefas apela a dois tipos de trabalho diferentes - um implicando a utilização de técnicas e materiais mais tradicionais, como réguas, papel e lápis, miras refletoras etc, e outro envolvendo a utilização do computador e, em particular, o software GeoGebra.

Atendendo à faixa etária a quem se destinavam, foi criado um contexto na forma de uma história que envolvia extraterrestres, sendo que os conceitos iam sendo introduzidos e trabalhados tendo sempre por base interações dos alunos com uma nave. Tentou-se, desta forma, motivar os alunos através de uma temática na qual manifestam evidente interesse.

As tarefas foram trabalhadas ao longo dos segundo período letivo, em aulas que, na sua generalidade, ocupavam todo o período da manhã, em virtude da preparação logística implicar sempre um grande dispêndio de tempo.

5.1.1 Tarefa 1

Com esta tarefa (anexo 3), pretendia introduzir-se as noções básicas dos tópicos associados às isometrias que fazem parte do programa do 1ºCEB - a reflexão, a translação e a rotação.

Assim, foi apresentada aos alunos uma representação de uma nave espacial assinalada no plano com a letra "A", à qual foram aplicadas diferentes isometrias, de forma a que ocupasse outras posições no plano, figuras designadas por outras letras do alfabeto B, C, D, E e F. Foram, também, fornecidos aos alunos acetatos com representação da mesma nave da figura A, bem como espelhos, "miras", réguas e transferidores. Depois de terem explorado o material, os alunos deveriam tentar descobrir, na alínea 1, quais as transformações aplicadas à primeira figura de modo a obter as restantes. Na alínea 2, deveriam descrever essas transformações.

A última proposta de trabalho desta tarefa, a alínea 3, consistia em inserirem a imagem da nave, fornecida pelo professor, no GeoGebra e, utilizando as isometrias trabalhadas, aplicar "movimentos" a essa imagem de forma livre.

Após a montagem do equipamento necessário e a distribuição dos alunos pelos respetivos grupos, procedeu-se à apresentação do trabalho, iniciado por uma fase de motivação em que se introduziu a história de dois extra terrestre, o Geog e o Ebra que iriam acompanhar os alunos ao longo de toda a sequência didática.

Os alunos revelaram muito interesse na história, uma vez que esta é uma temática que lhes é particularmente querida.

De seguida, com ajuda de um projetor multimédia, foi apresentada uma figura aos alunos, idêntica à que tinham na sua ficha de trabalho (figura seguinte).

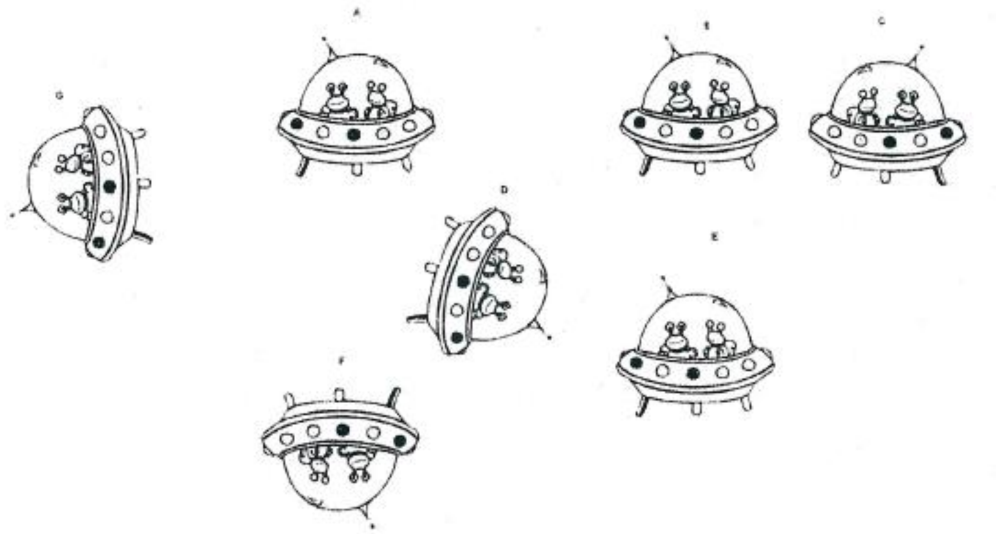


Fig. 6 – Imagem constante da tarefa 1

Com a ajuda de acetatos com a representação da nave, os pares foram experimentando e descobrindo quais as "movimentações" efetuadas pela nave, revelando, todos eles, bastantes dificuldades em descrever esses processos.

Apesar de o trabalho estar organizado por grupos, criou-se uma dinâmica de trabalho coletivo que o investigador decidiu aproveitar uma vez que, com as achegas de elementos de vários grupos, foi possível ir criando um clima propício a que todos conseguissem, de alguma forma, identificar as isometrias envolvidas e, de um modo mais ou menos rudimentar, descrever os processos matemáticos que lhes deram origem.

Após todos os grupos terem efetuado os registos em papel, passou-se para o computador. Esta fase foi iniciada pela recapitulação de alguns comandos básicos do GeoGebra, o que foi feito pelo investigador com recurso à projeção. Só então foi fornecida aos grupos uma imagem com a representação da nave e que iria servir de base à concretização da última parte da tarefa, que consistia na tentativa de aplicação, à figura, das isometrias identificadas na primeira parte da ficha. Os alunos revelaram grande facilidade em reproduzir as isometrias, sendo apenas esporadicamente necessário recordar alguns comandos que estes esqueciam. A maior parte das dificuldades surgidas com a utilização do GeoGebra foi colmatada dentro do próprio grupo, ou através da interajuda constante entre grupos. A maior limitação prendeu-se com o número reduzido de computadores disponíveis e com o mau estado de conservação de muitos deles.

Na parte final desta sessão, os grupos apresentaram os seus trabalhos e expuseram as suas dúvidas tendo, na altura, sido feita uma síntese dos principais conceitos trabalhados.

5.1.2 Tarefa 2

Esta tarefa (anexo 4) tem um claro enfoque na reflexão, apresentando duas propostas de trabalho. Após um pequeno texto introdutório acompanhado de uma pequena ilustração como agentes motivadores, na primeira questão são apresentadas representações de várias reflexões obtidas utilizando diferentes eixos. Foi solicitado aos alunos que, utilizando "georrefletores", papel, réguas e lápis assinalassem os respetivos eixos de reflexão correspondentes a cada par de figuras.

Na alínea 2, é pedido que, recorrendo ao GeoGebra, os alunos tentem reproduzir as reflexões apresentadas.

Na fase de motivação e depois de ter sido lida a "história" por um dos alunos, surgiram algumas dúvidas sobre se a noção de simetria seria ou não coincidente com a de reflexão. Os alunos deram alguns exemplos de simetria, tendo o professor esclarecido que apenas se fala de simetria em relação à própria figura, enquanto que uma das formas de se vir a compreender a reflexão matemática é recordando-nos da nossa própria reflexão num espelho. Depois de terem sido dados mais alguns exemplos de simetria e de os alunos terem identificado eixos de simetria em objetos da sala de aula, passou-se para a ficha onde teriam de identificar e desenhar os eixos de reflexão que teriam estado na origem dos pares de imagens apresentados. Assim, simetria por reflexão e reflexão foram mais facilmente associados e relacionadas. Os alunos revelaram alguma dificuldade em identificar os eixos oblíquos, enquanto que os que se apresentavam mais próximos das posições horizontal e vertical foram mais facilmente traçados.

Na parte da tarefa em que é pedido que os alunos reproduzam, no GeoGebra, as reflexões apresentadas, a generalidade dos grupos fê-lo com grande facilidade pelo que o investigador entendeu conceder o resto do tempo de aula para que os alunos pudessem explorar livremente o programa.

No final da aula, foi escolhido um dos grupos para efetuar uma reflexão no GeoGebra, para que toda a turma pudesse assistir, enquanto um outro grupo assinalava as relações entre a imagem inicial e a sua reflexão.

5.1.3 Tarefa 3

A terceira tarefa (anexo 5) desta sequência didática é centrada na rotação. É encadeada nas anteriores através de um pequeno texto introdutório sendo, de seguida, apresentada uma imagem representando uma rotação de 90º, no sentido direto.

A primeira proposta de trabalho consiste em aplicar à figura apresentada uma rotação de 180º em torno de um ponto "x" dado, propondo-se a utilização do transferidor. Na alínea 2, questiona-se sobre qual o efeito, sobre a figura, de uma rotação com a mesma medida de amplitude de ângulo, mas efetuada em sentido inverso.

A última alínea propõe como tarefa a criação livre, no GeoGebra, de diferentes estrelas e planetas aos quais deveriam ser aplicadas diferentes rotações.

À semelhança das anteriores, esta tarefa teve início com a fase de motivação, durante a qual, para além de se ter enquadrado a história, se questionou a turma sobre o que entendiam por rotação. Alguns alunos demonstraram com o próprio corpo, tendo o investigador solicitado que o fizessem com outros objetos da sala de aula.

Na primeira questão, os alunos não revelaram dificuldades, sendo que, tratando-se de um ângulo de 180°, vários grupos optaram por dispensar o transferidor.

Após terem efetuado algumas experiências com o acetato com diferentes ângulos sugeridos pelo investigador, todos responderam facilmente à segunda questão concluindo que o sentido da rotação, neste caso específico, não influencia o resultado final. De seguida, fizeram experimentações com outras medidas de amplitude de ângulo, concluindo que o mesmo já não acontecia.

Na última parte da aula, quando desafiados a criar livremente representações de estrelas e planetas no GeoGebra, os alunos apenas sentiram algumas dificuldades em compreender que, para efetuarem uma rosácea, (simetria de rotação) teriam de usar sucessivamente o mesmo centro e medida de amplitude de ângulo mas, uma vez ultrapassada esta dificuldade, todos os grupos criaram trabalhos muito interessantes. Mais uma vez, este tipo de simetria e isometria foram trabalhados de forma interligada.

No final da tarefa, foram discutidas, em conjunto, as respostas dadas pelos grupos às duas questões.

5.1.4 Tarefa 4

Esta proposta (anexo 6) incide particularmente na translação. Dando continuidade à história dos pequenos extraterrestres, apresenta uma representação da nave à qual foi aplicada uma translação, relativa ao seu “deslocamento” no espaço, e que está rodeada de muitos vetores diferentes. Na alínea 1, os alunos deveriam descobrir e assinalar qual o vetor associado à translação em causa e determinar a medida de comprimento desse mesmo vetor.

Na alínea 2, é solicitada a identificação do vetor em causa na questão anterior.

No ponto três, solicitou-se aos alunos que tentassem reproduzir, recorrendo ao GeoGebra, a isometria apresentada.

Após a apresentação da tarefa aos alunos, com recurso ao projetor, estes foram questionados sobre qual a noção que tinham de vetor e de translação, sendo que todos eles afirmaram desconhecer esses termos. Neste contexto, o investigador, utilizando o GeoGebra, traçou um vetor e efetuou uma translação de um polígono irregular dando, assim, a conhecer o procedimento para a realização de uma translação utilizando o *software* e, em simultâneo, mostrando de forma mais rápida e fácil qual o efeito da aplicação de um vetor a uma imagem.

Depois este procedimento, foi então solicitado a realização das tarefas em suporte de papel.

Na parte final da aula, os grupos tentaram reproduzir a isometria em questão recorrendo ao GeoGebra. Nesta altura, foi necessário fornecer alguns esclarecimentos sobre a ferramenta de medida do programa, sem a qual os alunos não seriam capazes de identificar qual a dimensão do vetor traçado. Procedeu-se também a uma discussão sobre as conclusões a que os diferentes grupos tinham chegado tendo sido, ainda, pedido aos alunos que tentassem dar exemplos do seu dia a dia que se passam à imagem mental que se possa ter de translações.

5.1.5 Tarefa 5

Esta tarefa (anexo 7) pretende reforçar o conceito de translação e associá-lo a noção de friso.

Após uma pequena introdução de contextualização com as restantes propostas, na alínea 1 propõe-se aos alunos que, utilizando o GeoGebra e aplicando uma translação à figura fornecida pelo professor, estacionem a nave dentro de um espaço delimitado por três segmentos de reta. No ponto 2, os alunos deveriam registar qual a medida de comprimento do vetor utilizado. Na alínea 3, os alunos foram questionados sobre o que acontece à figura quando se altera a direção ou a medida de comprimento do vetor. Na quarta questão, deveriam desenhar, na ficha fornecida, um vetor que permitisse “estacionar” a nave dentro do espaço delimitado por 3 segmentos de reta. De seguida, propôs-se a construção livre de uma figura, à qual deveria ser aplicada uma determinada translação, às sucessivas imagens resultantes, criando deste modo, um friso. Assim trabalharam-se estes conceitos de forma interligada. Na questão 6, pedia-se que o aluno identificasse a designação da construção.

Uma vez enquadrada a história dos extraterrestres, que levou a uma discussão sobre a possibilidade ou não da sua existência, seguiu-se a apresentação da primeira proposta de trabalho que implicava a realização, no GeoGebra, de uma translação que permitisse colocar a imagem da nave dentro de um espaço previamente delimitado. Nesta ocasião, o investigador questionou os alunos sobre se estes não prefeririam realizar o procedimento em papel, o que foi prontamente e veementemente recusado.

Quando se passou à fase em que cada grupo registava a medida de comprimento do vetor, cedo constataram que todos tinham resultados diferentes. Questionados sobre o porquê deste facto, logo concluíram que cada grupo tinha as suas imagens em posições diferentes o que forçava à existência de resultados díspares.

Na terceira questão e após algum diálogo em grupo, os alunos verificaram que, se arrastassem a extremidade do vetor, alterando a sua medida de comprimento ou a sua direção, a posição da imagem alterava-se em consonância com esses movimentos. A sua reação foi de algum espanto e estiveram alguns minutos a explorar outras situações no programa.

Na atividade seguinte, solicitava-se que, na ficha fornecida, os alunos traçassem um vetor que permitisse responder ao solicitado. Tal foi conseguido sem grandes dificuldades, embora alguns deles não tivessem representado o vetor de forma correta.

Nas últimas alíneas, propunha-se a criação de um friso e a sua designação, tendo por base uma criação livre dos alunos recorrendo ao GeoGebra. Como conclusão, foi debatida, em conjunto, a noção de friso, sendo pedido aos alunos que tentassem encontrar exemplos de frisos em objetos do dia-a-dia.

Foi também sugerido aos alunos que, de forma livre, criassem diferentes frisos com diferentes módulos e diferentes vetores.

Como os alunos denotaram grande interesse nesta atividade, esta aula teve continuação no período da tarde, durante cerca de uma hora para além do tempo inicialmente previsto, tendo os alunos criado variadíssimas versões de frisos.

5.1.6 Tarefa 6

Esta tarefa (anexo 8) incide no conceito de reflexão deslizante, tendo sido deliberadamente deixada para o final uma vez que pode ser considerada como uma composição particular de duas isometrias anteriormente abordadas, a reflexão e a translação. Assim, na alínea 1, é solicitado o desenho livre de uma nave utilizando o GeoGebra e dando largas à criatividade.

A segunda atividade consistia em aplicar, à imagem criada, uma reflexão associada a um eixo horizontal.

A alínea 3 instrui no sentido de, à figura anteriormente obtida, ser aplicada uma translação cujo vetor tem a mesma direção da do eixo de reflexão. Apresenta-se uma imagem como exemplo e pede-se, ainda, que os alunos ocultem a imagem resultante da primeira reflexão.

Também esta tarefa, à semelhança de todas as anteriores, foi iniciada com uma fase de motivação, onde se propunha aos alunos a criação, com recurso ao GeoGebra, de uma nave que permitisse aos extraterrestres Geog e Ebra regressar ao seu planeta. Propositadamente, não foram dadas quaisquer indicações específicas para a referida construção, pelo que cada grupo criou "naves " recorrendo a diferentes ferramentas do GeoGebra.

Num segundo momento, foi solicitado que os alunos aplicassem uma reflexão associada a uma reflexão de eixo horizontal, não sendo dada qualquer outra instrução ou ajuda. Todos os grupos o fizeram, embora alguns deles tivessem solicitado o apoio de elementos de outros grupos.

De seguida, foi pedido que, à imagem obtida, fosse aplicada uma translação associada a um vetor paralelo ao eixo de reflexão, tendo sido fornecido um exemplo em forma de imagem que permitisse, aos alunos, melhor compreender o solicitado. Aproveitou-se a ocasião para explicar o conceito de reflexão deslizante. Os alunos mostraram-se interessados e compreenderam o porquê da designação “deslizante”.

Como forma de conclusão do trabalho, foi solicitado aos alunos que, numa folha de papel, criassem por métodos mais tradicionais uma reflexão deslizante ao seu gosto.

Nesta fase, o investigador sentiu necessidade de substituir as folhas de papel em branco, que tinham sido atribuídas para a realização desta tarefa, por folhas de papel quadriculado, uma vez que a maioria dos alunos estava a revelar dificuldades na execução técnica desta tarefa.

No final desta sessão, foi encetada uma discussão sobre a utilização do GeoGebra e qual o seu contributo para a aprendizagem das isometrias. A opinião unânime dos alunos foi que este programa era uma mais-valia, por tornar a compreensão muito mais fácil. E, acima de tudo, por permitir uma execução de técnicas que, em papel, são muito mais difíceis de executar. Em relação a este último aspeto, talvez pela proximidade temporal, os alunos enfatizaram a facilidade com que tinham realizado a última tarefa da reflexão deslizante, no GeoGebra, face às dificuldades que tiveram em transpor esta isometria para o suporte de papel.

Ao longo deste percurso, foram sendo recolhidas produções dos alunos, ficheiros informáticos do GeoGebra, fotos e, em simultâneo, foi sendo elaborado um diário de bordo onde o investigador registava informação relevante para o desenrolar do estudo.

Após terminar a aplicação e exploração da sequência didática, procedeu-se a nova aplicação do teste de avaliação, agora na modalidade “pós” teste. Este teste foi aplicado de modo muito semelhante à sua primeira aplicação, com os mesmos grupos de trabalho e com o mesmo tempo atribuído. Na sua realização, praticamente não surgiram dúvidas que obrigassem à intervenção do investigador, tendo as que surgiram sido colmatadas pela interajuda entre grupos. Assim, ao contrário do “pré-teste”, podemos considerar que o “pós-teste” foi realizado de uma forma autónoma pelos alunos. Como já se referiu, o investigador aproveitou este tempo para trabalhar com a parte da sua turma correspondente ao 1º ano de escolaridade e que não participou neste estudo.

Por último, procedeu-se à aplicação do questionário final. Este foi preenchido individualmente pelos alunos na sala de aula, durante aproximadamente 1 hora. O investigador teve o cuidado de ler cada uma das questões em voz alta e esclarecer algumas dúvidas acerca do vocabulário ou do intuito de cada questão.

6. Tratamento e apresentação dos dados

Os dados de natureza qualitativa foram alvo de análise de conteúdo, orientada por categorias de análise decorrentes dos objetivos/questões de investigação e ou que emergiram das respostas dos alunos.

No que respeita a competências geométricas incidiram sobre: a) conhecimento e capacidades relacionadas com isometrias – a reflexão, a rotação, a translação, a reflexão deslizante e ainda os frisos e b) as atitudes sobre a geometria e a matemática em geral. Assim relativamente à criatividade, procuraram-se aspetos relativos a representações e manifestações de criatividade, tendo por base as dimensões- fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração.

Os dados quantificáveis foram tratados por recurso ao Excel e submetidos a uma análise estatística descritiva simples.

Os dados serão apresentados de forma descritiva mas avançando-se, tanto quanto possível, para interpretações dos mesmos. Das afirmações feitas serão apresentadas evidências em forma de digitalizações de produções dos alunos, print screens de trabalhos desenvolvidos no GeoGebra e transcrições do Diário de Bordo (que serão apresentadas usando o código DB, seguido da data), bem como dos questionários, inicial e final.

CAPÍTULO III – APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo, descreve-se e tenta-se interpretar, designadamente, os processos de resolução das tarefas relativas às isometrias, utilizados por cada um dos casos, perseguindo-se identificar qual o conhecimento geométrico construído e como foi aplicado. Também se pretende analisar qual o contributo da abordagem didática para o desenvolvimento da criatividade e das representações em relação à mesma.

Para cada caso, começa-se com uma breve apresentação do grupo, focando as características pessoais de cada um dos elementos e a relação que tinham com a escola e com a Matemática em particular. De seguida, analisa-se o trabalho levado a cabo durante a realização das tarefas, bem como os dados obtidos a partir: da observação direta e participante e de conversas informais, expressas no Diário de Bordo; dos testes, nas versões pré e pós, e dos Questionários que foram aplicados no início e no final da experiência.

Recorde-se que, no que respeita à planificação da intervenção didática, esta foi elaborada tendo em conta as competências a desenvolver, os conteúdos a lecionar, os métodos e as estratégias a adotar, os recursos a utilizar e o modo de avaliação a praticar, atendendo ao público-alvo a que se dirigia. Assim, a sequência didática que foi apresentada aos alunos estava enquadrada numa gestão curricular articulada com os projetos e planificações do Agrupamento de escolas, onde o trabalho foi aplicado, tentando também responder às novas orientações programáticas (Ponte *et al.*, 2007; NCTM, 2007). Desde o início, foi feito um esforço para que a dinâmica de sala de aula se enquadrasse numa perspetiva construtivista e mesmo construcionista da aprendizagem, sendo que, ao longo de todo o projeto, o investigador adotou o papel de facilitador do processo de aprendizagem, incitando os alunos a tornarem-se construtores ativos da sua própria aprendizagem na interação com as diferentes tecnologias usadas. A avaliação, formativa e contínua, ao longo do processo, atendeu a diversos instrumentos desde os testes escritos até ao registo das participações individuais dos alunos no Diário de Bordo anteriormente referido, passando pelas produções relativas à resolução das várias tarefas.

A resolução das tarefas que seguidamente serão apresentadas neste capítulo ocorreu num contexto de trabalho de pares sendo, pois, o resultado da troca de opiniões entre os alunos. Procura-se efetuar uma descrição sumária dos episódios ocorridos e que dizem respeito a cada uma das categorias definidas tendo-se, deliberadamente, optado por não apresentar um relato integral da realização de todas as tarefas.

1. O caso André e Tadeu

O grupo G1 era composto pelos alunos André e Tadeu. Ambos afirmaram, no questionário inicial, gostar de matemática, no entanto, o André considerou-se muito bom e o Tadeu considerou-se razoável, o que, de certa forma, coincide com a avaliação obtida por ambos na disciplina. André obteve os melhores resultados de toda a turma, a matemática. Apesar de ter alguns problemas emocionais, revelou-se uma criança com uma capacidade invulgar de resolver problemas. Era muito interessado e empenhado. Tadeu, apesar de denotar potencialidades, apresentou-se muito desmotivado, só se aplicando quando as temáticas abordadas o interessavam particularmente.

Quanto ao uso dos computadores, os dois afirmaram ter computador em casa com acesso à internet, mas Tadeu afirmou gostar muito de trabalhar com o mesmo e André assinalou apenas gostar. Ambos avaliaram os seus conhecimentos, na área, como medianos. André afirmou que raramente utilizava o computador enquanto Tadeu o fazia diariamente, o que se refletiu de forma efetiva, nas competências superiores na utilização desta ferramenta da parte de Tadeu, embora fizesse uma utilização quase exclusiva para fins lúdicos.

Nenhum dos alunos tinha tido, até ao momento, algum contato com software de geometria dinâmica. No entanto, consideraram que a Geometria é muito importante e afirmaram gostar muito deste tema.

1.1 Competências geométricas

Este ponto comtempla os conhecimentos e as capacidades, bem como, as atitudes face à matemática em geral e à geometria em particular.

1.1.1 Conhecimentos e capacidades

Sob este título aborda-se as isometrias e os frisos.

1.1.1.1 Isometrias

Reflexão

No que respeita à noção que, no início deste estudo, os membros deste grupo tinham desta isometria, pode-se dizer que, apesar de ambos terem uma ideia aproximada do conceito, sentiram dificuldades em traduzir por palavras esse conhecimento. Assim, aquando da leitura do pré-teste, a propósito do termo reflexão, comentaram:

André - ” *É assim como no espelho*”

Tadeu - ” *Sim mas fica ao contrário*” (DB, “*16-02-2012*”):

No pré-teste, revelaram que desconheciam a noção de eixo de reflexão, não sendo também capazes de identificar qual a figura resultante de uma reflexão de eixo oblíquo. Veja-se a figura seguinte.

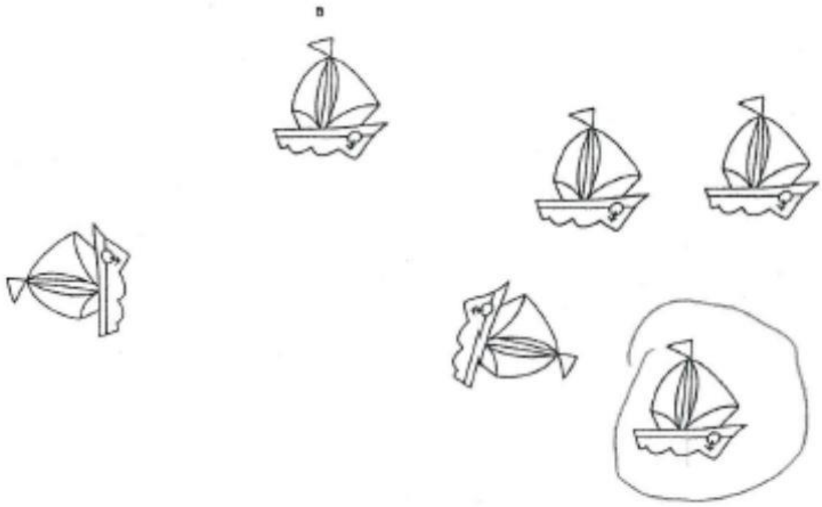


Fig. 7 - Resolução de G1 da questão 1 do pré teste

Ao longo da resolução da tarefa 1 (Anexo 3) continuaram a revelar alguma confusão de conceitos. Veja-se, na figura seguinte, a utilização da expressão “*refletiu para a direita e deslizou 3 cm*” denotando que, para eles, não era claro que a distância entre a figura inicial e a sua reflexão é influenciada pela posição do eixo utilizado.

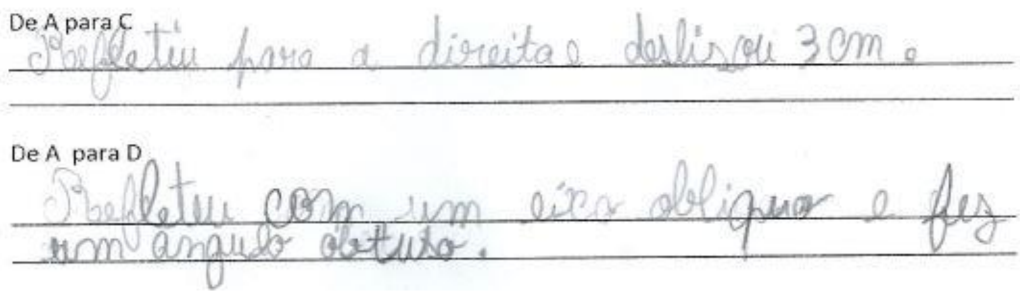


Fig. 8– Resolução do grupo G1 da tarefa 1 - reflexão

Também a utilização de *ângulo obtuso* associada a uma reflexão o permite corroborar.

Após esta primeira abordagem do conceito de reflexão, que incluiu a discussão e síntese dos principais aspetos, a partir das resoluções dos próprios alunos, o grupo foi confrontado com a tarefa 2 (anexo 4) que incidia especialmente nesta isometria. Em relação a esta tarefa, o grupo revelou (veja-se figura seguinte) ser já capaz de identificar os eixos de reflexão, por recurso ao mira, independentemente de se tratar de eixos verticais, horizontais ou oblíquos. No entanto, os alunos revelaram dificuldades para os traçar, uma vez que, na utilização da régua, não tinham em conta o afastamento provocado pela espessura do lápis, não revelando também a preocupação de, no final, verificar se as distâncias estariam corretas e a questão da perpendicularidade assegurada.

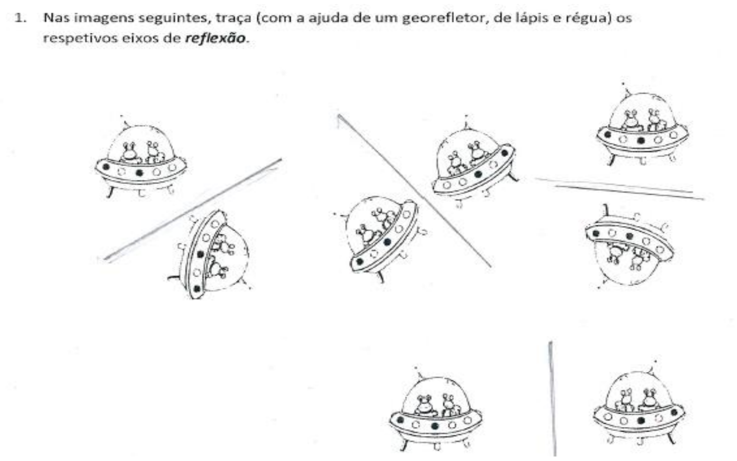


Fig. 9 – Resolução do par G1 da tarefa 2 questão 1

Neste processo, foi sendo evidente a maior facilidade com que André assimilou e aplicou o conceito, sendo este aluno quem frequentemente orientava e corrigia Tadeu, facto registado pelo investigador no diário de bordo (20-02-2012).

À medida que o trabalho foi progredindo, o grupo foi esclarecendo algumas dúvidas tendo sido capaz de efetuar, no GeoGebra, a reflexão presente na figura seguinte.

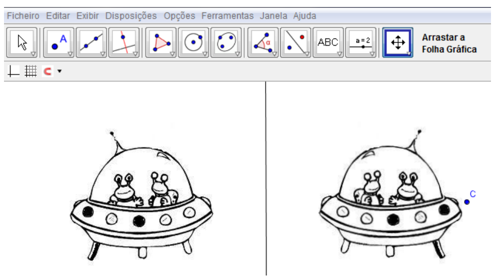


Fig. 10 – Resolução do par G1 da questão 2 da tarefa 2

Assim, pode-se concluir que este grupo aparenta ter apreendido algumas das noções básicas de reflexão, o que foi confirmado na parte final da aula, aquando da apresentação e discussão dos trabalhos pelos grupos (DB, “*20-02-2012*”).

Também no pós-teste, resolveu a tarefa correspondente com grande facilidade e sem hesitações (ver figura seguinte) e com um grau de rigor aceitável para este nível de escolaridade.

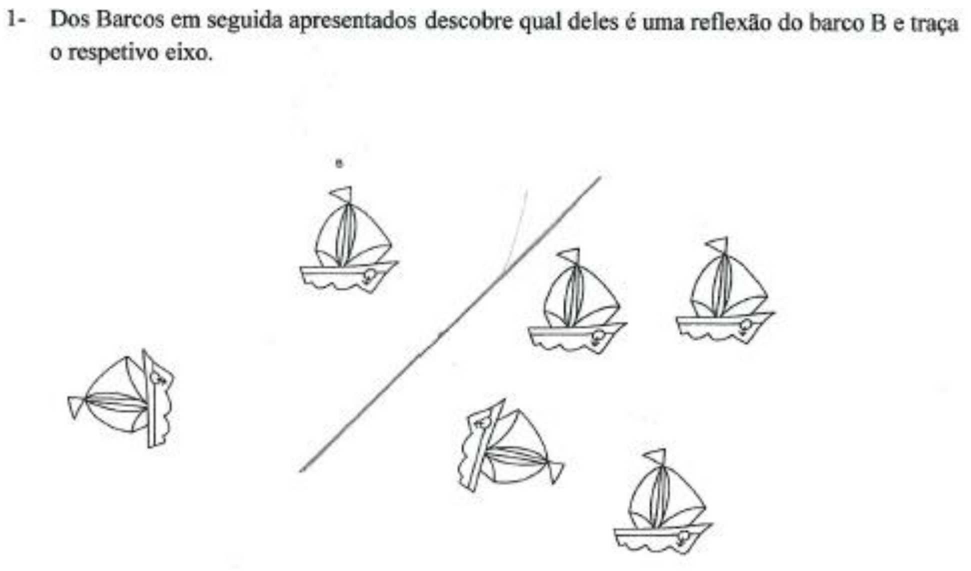

1- Dos Barcos em seguida apresentados descobre qual deles é uma reflexão do barco B e traça o respetivo eixo.

Fig. 11 – Resolução do par G1 da questão 1 do pós-teste

Quando questionados, no final do pós-teste, sobre o porquê desta resolução, o par revelou-se seguro na resposta, tendo mesmo justificado o porquê de as outras representações não serem reflexões. Este par conseguiu, ainda, identificar e descrever uma reflexão numa composição de isometrias, como se evidencia na resposta dada à questão 6 do pós-teste (anexo 2)

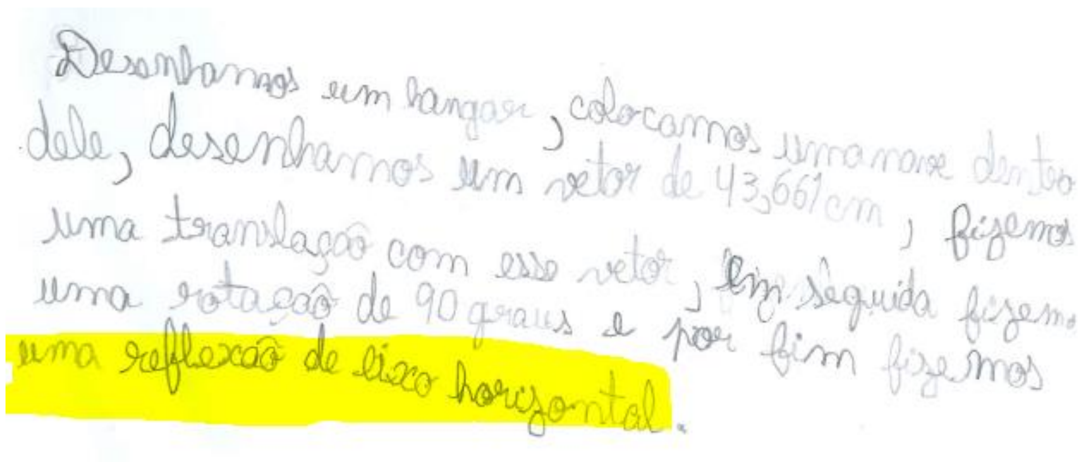

Desenhamos um hangar, colocamos uma nave dentro dele, desenhamos um vetor de 43,661 cm, fizemos uma translação com esse vetor, em seguida fizemos uma rotação de 90 graus e por fim fizemos uma reflexão de eixo horizontal.

Fig. 12 - Resolução do par G1 da questão 6 do pós-teste - reflexão

Assim, o grupo G1 revelou facilidade em compreender e aplicar esta isometria, sendo que o aluno André sentiu sempre mais à-vontade no trabalho em papel, ao passo que Tadeu liderou sempre o trabalho com o GeoGebra, de acordo com o que foi observado durante as aulas e registado no diário de bordo. Também aí se inscreveu que, na fase de discussão conjunta das várias tarefas, o grupo participou ativamente, expondo o seu trabalho, explicando o seu raciocínio e defendendo o seu ponto de vista.

Rotação

Aquando da leitura do pré-teste, a propósito do termo rotação, os alunos comentaram:

André -“ *É andar à volta*”

Tadeu - *“ Sim, é girar…”* (DB, “*16-02-2012*”)

No pré-teste, o grupo não conseguiu identificar a rotação apresentada numa composição de isometrias (ver figura seguinte).

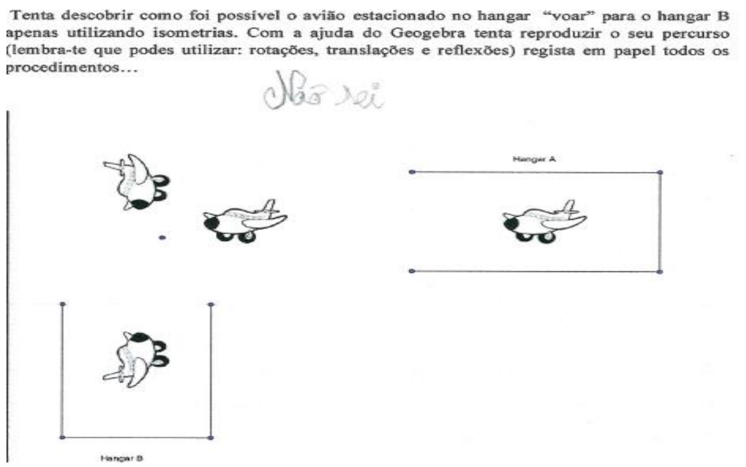


Fig. 13 – Resolução do grupo G1 da questão 4 do pré-teste

No momento da apresentação da tarefa respeitante ao conceito de rotação (anexo 5), foram clarificados conceitos como: centro de rotação, sentido de rotação e medida do ângulo de rotação.

Após um pequeno debate conjunto na turma, o grupo, sob a liderança de André (DB 24-02-2012), não sentiu dificuldades em identificar qual seria o resultado da aplicação, a uma figura, de uma rotação de 180º, esboçando, prontamente, a respetiva imagem, utilizando somente o lápis, como se pode ver na figura seguinte:

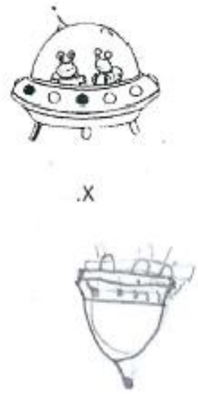


Fig. 14 – Resolução do grupo G1 da questão 1 da tarefa 3

Ambos os alunos compreenderam que, caso a rotação de 180º tivesse sentido inverso, o resultado final seria o mesmo, pois quando questionados sobre o facto responderam:

André -*" Fica igual"*

Tadeu -*" Tanto faz girar para um lado ou para o outro…"* (DB, "*24-02-2012*")

Na resolução da tarefa, os alunos responderam de forma semelhante, conforme se pode verificar na imagem seguinte.

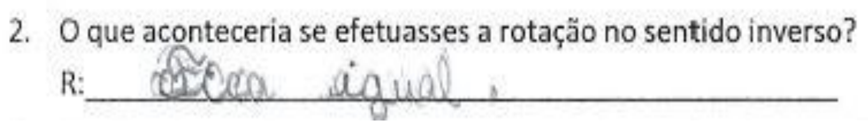

2. O que aconteceria se efetuasses a rotação no sentido inverso?
R: Fica igual.

Fig. 15 – Resolução do grupo G1 da questão 2 da tarefa 3

Na última atividade da tarefa 3, propôs-se aos alunos que efetuassem, com o GeoGebra, diferentes rotações a planetas e estrelas criadas por eles, ou até rosáceas.

O grupo sentiu, de início, algumas dificuldades na construção da rosácea, pois não tinha compreendido que era necessário aplicar, sucessivamente, a mesma rotação a cada uma das figuras resultantes. No entanto, logo que esta situação foi clarificada, conseguiram concretizar rapidamente a tarefa:

Tadeu - *" Professor, isto não dá, fica sempre na mesma"*

André - *" Pois é. Se calhar, estamos a clicar mal…"* (DB, "*24-02-2012*")

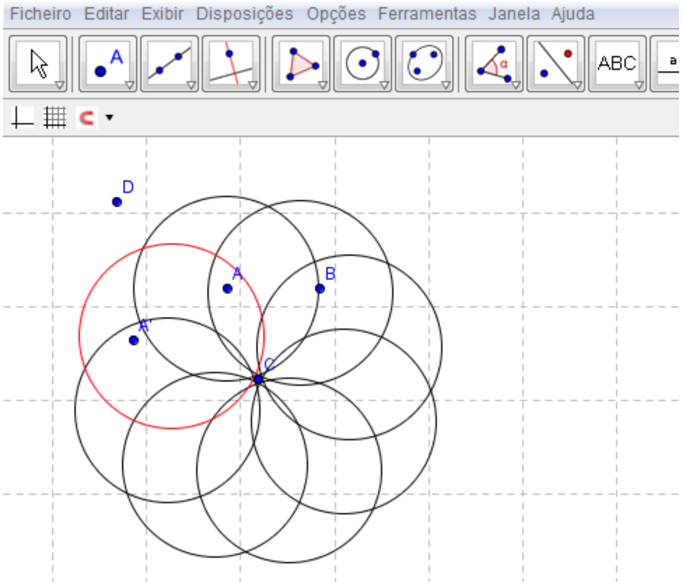


Fig. 16 – Trabalho do par G1 para a atividade proposta na tarefa 3 alínea 3

Durante a fase da apresentação e discussão dos trabalhos, o par G1 contribuiu ativamente para o debate e questionou o trabalho dos colegas, tentando compreender como tinham obtido rosáceas diferentes da sua (DB, "*24-02-2012*")

Assim, pode-se concluir que, neste grupo, se foi cimentando o conceito de rotação sendo que, no pós-teste, foi capaz de identificar e apresentar algumas características de uma rotação usada numa composição de isometrias. Veja-se a resposta dada à questão 6 desse instrumento de avaliação.

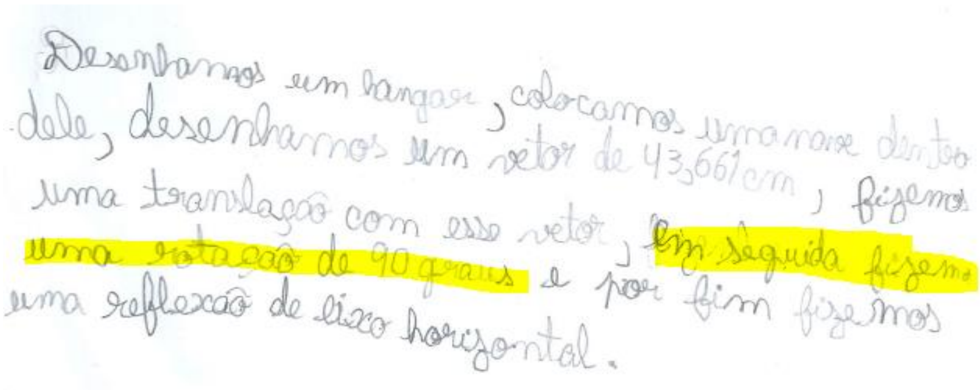


Fig. 17 – Resolução do par G1 da questão 6 do pós-teste – rotação

Translação

O conceito de translação foi uma total novidade para o grupo G1 que revelou desconhecer a palavra:

André - *" Professor o que é isto de translação?"*

Tadeu - *" Acho que é uma coisa que fazem aos mortos"* (DB, "*16-02-2012*")

Nesta fase, o investigador limitou-se a negar esta última afirmação, mas optou por adiar as explicações de forma a não desvirtuar, de alguma forma, os resultados do pré-teste. Neste, os alunos não tentaram sequer esboçar uma resposta sobre o tema denotando, uma vez mais, o seu desconhecimento sobre o assunto.

Durante a aplicação da sequência didática, a primeira abordagem à translação foi feita logo na primeira tarefa, tendo o professor aproveitado a ocasião para dar uma explicação sucinta do conceito, exemplificando com o uso do GeoGebra. Tanto André como Tadeu pareceram ter facilidade na compreensão intuitiva desta isometria (DB, "*17-02-2012*") tendo, ainda assim, apresentado alguma dificuldade em descrever por palavras uma translação associada a um vetor oblíquo.

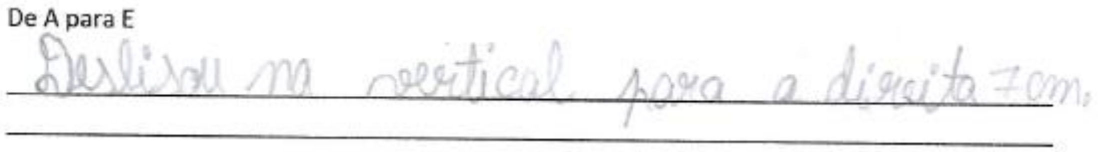

De A para E
Deslizou na vertical para a direita 7cm.

Fig. 18 – Resolução do grupo G1 da alínea 2 da tarefa 1 - translação

Depois deste primeiro contacto com esta isometria, este grupo conseguiu, após alguma discussão no seio do mesmo (DB, "*02-03-2012*"), identificar o vetor e indicar a medida de comprimento, tendo sido apenas ajudado pelo professor na forma de o identificar usando simbologia. Veja-se a resposta dada na figura seguinte:

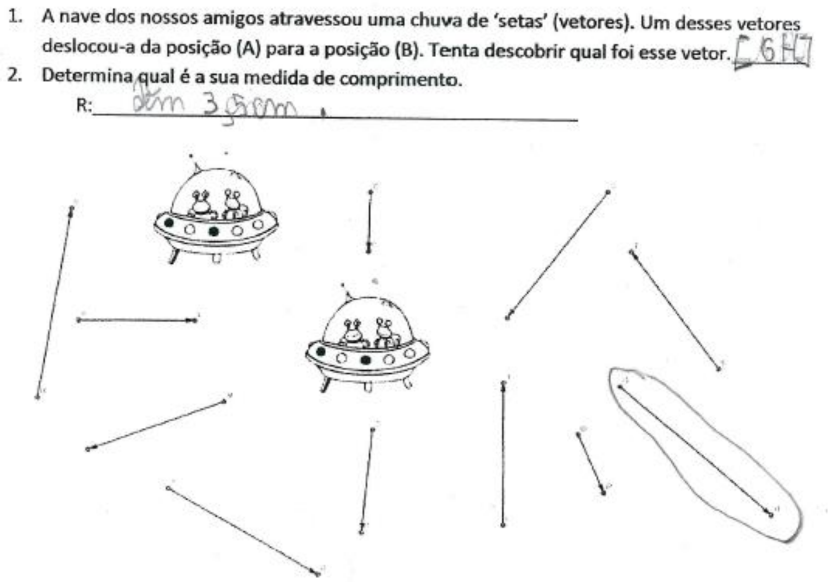

1. A nave dos nossos amigos atravessou uma chuva de 'setas' (vetores). Um desses vetores deslocou-a da posição (A) para a posição (B). Tenta descobrir qual foi esse vetor. [GH]
2. Determina qual é a sua medida de comprimento.
R: 3,5cm

Fig. 19 – Resolução do par G1 das alíneas 1 e 2 da tarefa 4

O par não revelou qualquer dificuldade em efetuar uma translação com o auxílio do GeoGebra, tendo sido os primeiros a completar a tarefa e não tendo solicitado qualquer tipo de ajuda (DB, “*02-03-2012*”). Veja-se, como exemplo, a figura seguinte.

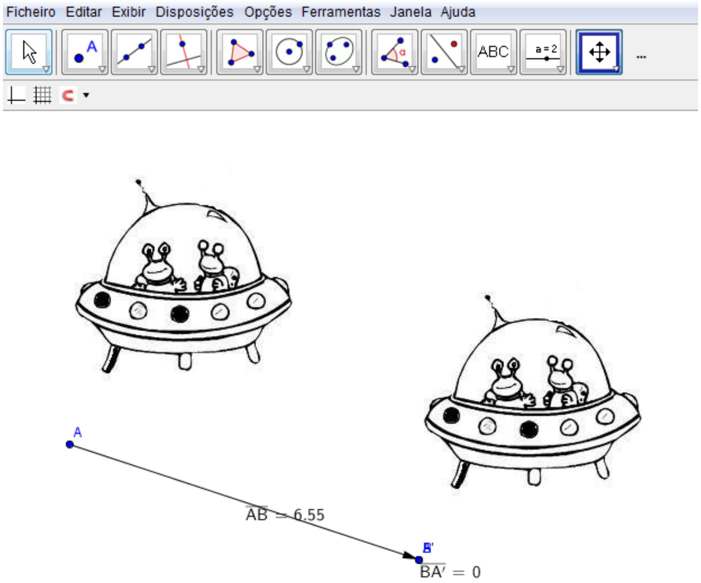
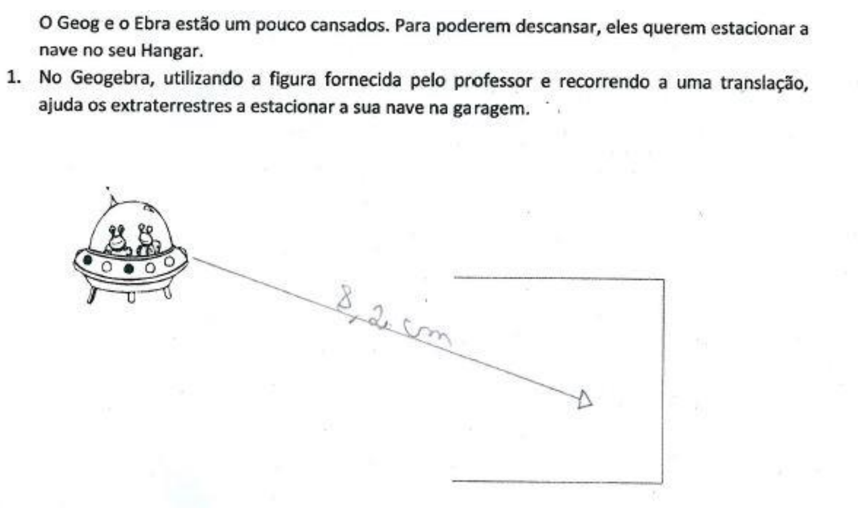


Fig. 20 – Resolução do grupo G1 alínea 3 da tarefa 4

A tarefa 5 tinha como objetivo introduzir a noção de friso (de que se falará mais adiante), partindo-se do trabalho centrado na translação, relacionando-se, desta forma, ambos os conceitos. Assim, com as primeiras atividades desta tarefa (anexo 7), pretendia-se recapitular as noções de vetor e translação. Verificou-se que o par G1 tinha, já nesta altura, algumas noções destes conceitos (vejam-se as figuras seguintes).


O Geog e o Ebra estão um pouco cansados. Para poderem descansar, eles querem estacionar a nave no seu Hangar.

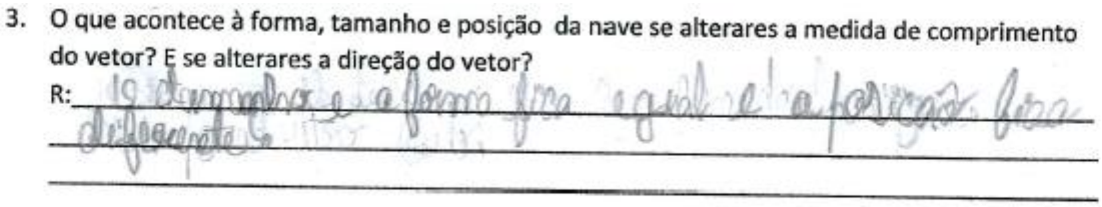
1. No Geogebra, utilizando a figura fornecida pelo professor e recorrendo a uma translação, ajuda os extraterrestres a estacionar a sua nave na garagem.

Fig. 21 – Resolução do par G1 da alínea 1 da tarefa 5

Em relação à alínea seguinte, depois de algumas hesitações, que se podem ver pelas rasuras da imagem seguinte, André conseguiu mostrar a Tadeu o seu ponto de vista tendo, para isso, recorrido à ajuda do GeoGebra:

André - *"Puxa aí a ponta do vetor"*

Tadeu - *"Ah! Pois é! A nave anda mas fica na mesma"* (DB, "*09-03-2012*")



3. O que acontece à forma, tamanho e posição da nave se alterares a medida de comprimento do vetor? E se alterares a direção do vetor?

R: O tamanho e a forma fica igual e a posição fica diferente

Fig. 22 - Resolução par G1 da alínea 3 da tarefa 5

Ao longo desta sessão, constatou-se ainda que este par realizou de forma autónoma, no GeoGebra, várias atividades livres, sem intervenção direta do professor, tendo efetuado diversas translações, chegando mesmo a conseguir animar algumas delas. Já durante a discussão final da tarefa em causa, este par apercebeu-se de algumas particularidades interessantes do trabalho de outros grupos, tomando, em seguida, a iniciativa de os tentar reproduzir.

André - *"Ena, o deles está fixe!"*

Tadeu - *"Professor! Podemos fazer assim?"* (DB, "*09-03-2012*")

No pós-teste, o par foi já capaz de responder à questão colocada, tendo conseguido traçar o vetor e assinalado a sua medida de comprimento, embora não de forma muito rigorosa, mas sem necessitar de ajuda.

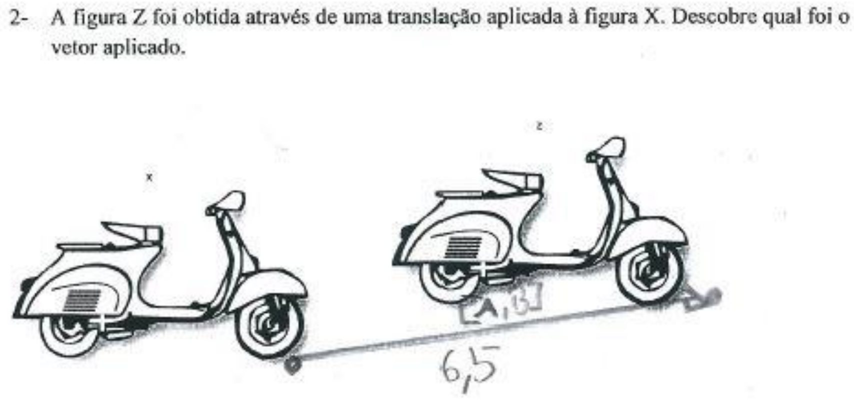


Fig. 23 – Resolução do par G1 da alínea 2 do (pós-teste)

Também no pós-teste, o grupo teve comportamento similar, denotando ter-se apropriado de algumas noções básicas relacionadas com a translação. Veja-se a resposta do par a uma das questões do pós-teste, na figura seguinte.

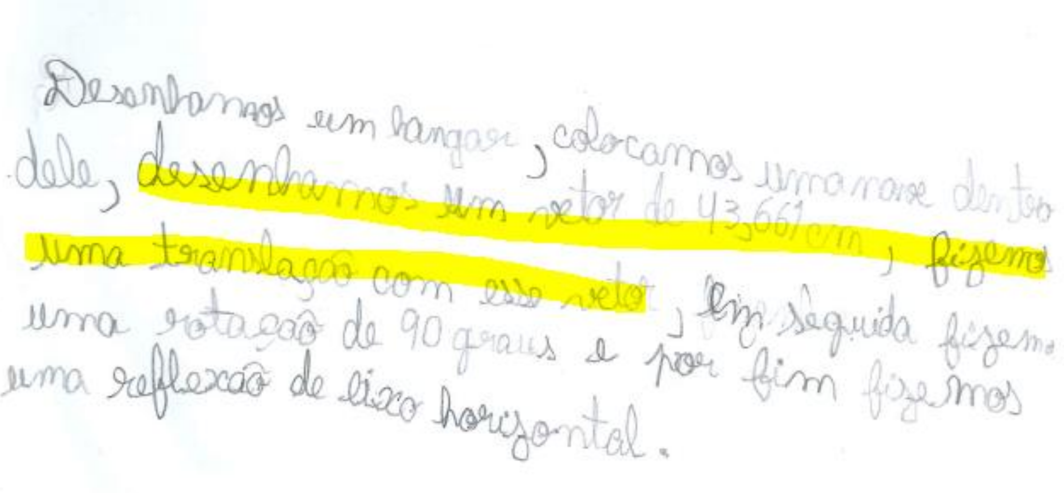

Desenhamos um hangar, colocamos uma nave dentro dele, desenhamos um vetor de 43,661cm, fizemos uma translação com esse vetor, em seguida fizemos uma rotação de 90 graus e por fim fizemos uma reflexão de eixo horizontal.

Fig. 24 - Resolução do par G1 para a questão 6 do pós-teste - translação

Reflexão deslizante

Tendo em consideração que, no início do estudo, aquando do pré-teste, o grupo G1 não dominava a noção de reflexão e desconhecia a translação, parece legítimo assumir que o mesmo aconteceria com a noção de reflexão deslizante, o que se veio a confirmar quando se introduziu a tarefa 6 (anexo 8). Como já se referiu anteriormente, o professor explicou à turma, recorrendo ao GeoGebra, que esta isometria pode ser o resultado da composição de uma reflexão e de uma translação particulares – a direção do eixo de reflexão e do vetor tem de ser igual.

O passo seguinte consistiu na execução de uma reflexão deslizante com recurso ao GeoGebra, utilizando uma nave criada pelos alunos. André e Tadeu demoraram bastante tempo na criação da referida nave, tendo discutido bastante durante esse processo (DB, "*16-03-2012*"). Mas, quando foi necessário efetuar a reflexão e a translação, fizeram-no de forma tranquila e corretamente (ver figura seguinte), tendo somente solicitado ajuda, pois não sabiam ocultar a primeira imagem resultante da reflexão.

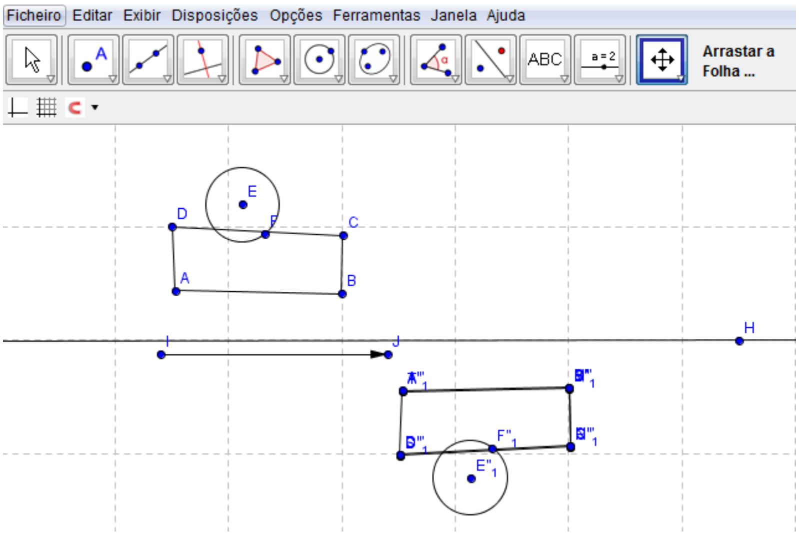


Fig. 25 – Resolução do par G1 da tarefa 6

Na fase final da tarefa, era solicitado que, em suporte de papel, o grupo realizasse uma tarefa semelhante. À semelhança de todos os outros grupos, também este sentiu as dificuldades já referidas na fase de descrição deste estudo. No entanto, com o auxílio do papel quadriculado, conseguiram realizar a tarefa.

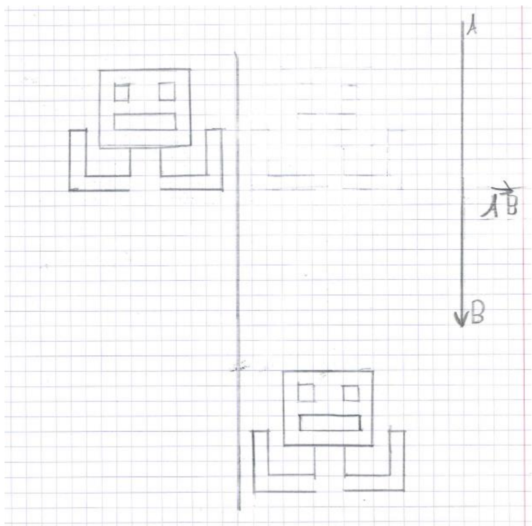


Fig. 26 - Resolução do par G1 par a alínea 4 da tarefa 6

1.1.1.2 Frisos

No início deste estudo, o par G1 não foi capaz de responder, no pré-teste, à questão colocada sobre frisos. No entanto, sendo alunos com bastante facilidade na aquisição de novos conhecimentos, foram-se apropriando rapidamente das diferentes isometrias. Por este motivo, foram capazes de, com relativa facilidade, compreender e aplicar este conceito.

Na quinta tarefa, depois de, no GeoGebra, terem criado uma imagem e um vetor, algo em que não sentiram qualquer dificuldade, o investigador informou que, para a obtenção de um friso, teriam de aplicar, sucessivamente, o mesmo vetor à imagem resultante de cada translação. O par pareceu interiorizar a explicação e concretizou-a no GeoGebra. Veja-se a imagem seguinte.

Fig. 27 – Resolução par G1 tarefa 5 alínea 5

Quando questionada a turma, na fase de discussão, sobre locais onde seria possível encontrar frisos no dia-a-dia, tanto André como Tadeu foram bastante interventivos, sugerindo locais como paredes de azulejo, passeios, roupas, entre outros (DB, “*09-03-2012*”)

No pós-teste, o grupo G1 conseguiu explicar, embora de forma não muito clara e nem sempre utilizando as designações exatas, uma forma de obter um friso, tarefa que implica já um domínio significativo dos conceitos envolvidos.

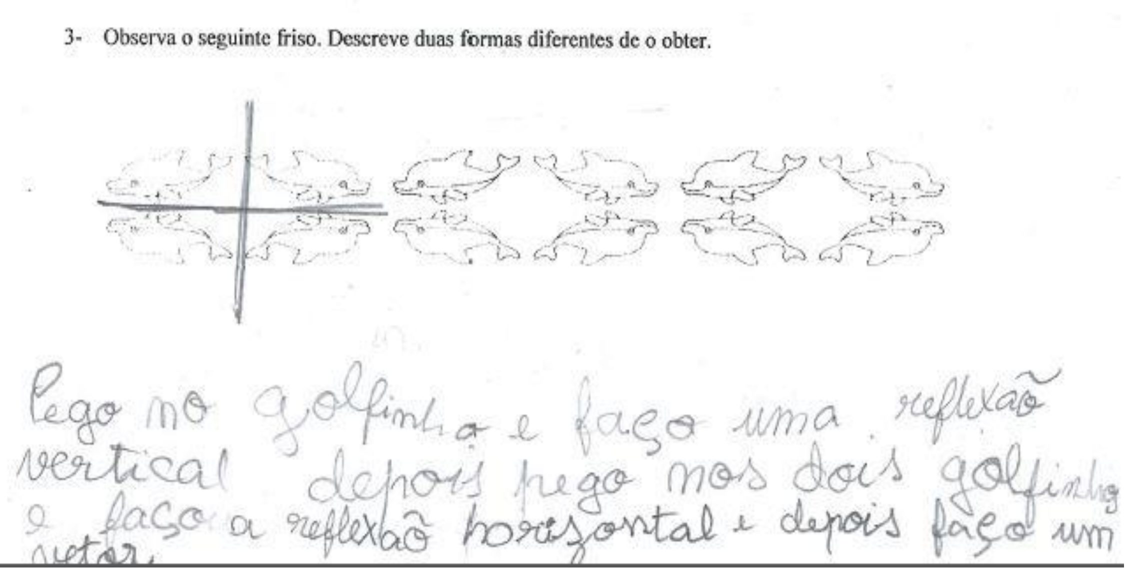


Fig. 28 – Resolução do par G1 da alínea 3 do pós-teste

1.1.2 Atitudes

No início do estudo, no questionário inicial, ambos os alunos assumiram que gostavam de matemática. Consideraram, ainda, que a Geometria era importante e André afirmou mesmo gostar muito desta área, ao passo que Tadeu assinalou gostar. Nenhum dos dois tinha tido contacto com ambientes de geometria dinâmica. O pré-teste realizado por este grupo, revelou que não tinham tido contacto com as noções de isometrias, sendo que a resposta mais frequente foi, "não sei". Apenas na parte do teste que apelava a uma composição livre, conseguiram apresentar algum trabalho, não respeitando no entanto, qualquer das diretrizes enunciadas. Ao longo da realização das tarefas, o grupo já apresentou uma atitude mais positiva, empenhando-se na sua resolução, conforme se pode constatar pela análise detalhada da exploração de cada uma delas, anteriormente apresentada neste estudo.

Em contraponto com o pré-teste, no pós-teste estes alunos foram capazes de realizar e com bastante entusiasmo todas as tarefas propostas. Alguns registos do Diário de bordo dão também a entender que os alunos reforçaram o gosto pela Geometria:

André - *"Este teste é muito mais fácil…."*

Tadeu - *" Nós agora já sabemos isto!"* (DB, "23-*03-2012*")

No que respeita ao questionário final, os dois alunos realçaram que foi importante terem trabalhado com papel e lápis, bem como com outras ferramentas como réguas, compassos e transferidores. O seu grau de concordância foi alto no que respeita à importância do GeoGebra tal como já se tinha constatado em sessões anteriores.

No questionário final, revelaram ainda que o software facilita a aprendizagem da geometria e que contribuiu para que o trabalho fosse mais fácil, a sua aprendizagem mais dinâmica, prestando-se quer para trabalho em grupo quer individual. Concordaram também que o percurso implementado para trabalhar estes tópicos, baseado numa sequência de tarefas com recurso ao Geogebra, contribuiu para aumentar o interesse da matemática, diminuir os seus receios e desenvolver o pensamento geométrico.

1.2 Criatividade

Neste ponto distinguem-se as manifestações das representações sobre a criatividade.

1.2.1 Manifestações

Sempre que a este grupo foi pedido um trabalho que se revestia de um cariz mais orientado para criatividade, foi visível um confronto de ideias entre os dois elementos, tentando cada um deles fazer prevalecer a sua opinião. No entanto, este grupo apresentou abordagens que poderão ser consideradas criativas e, mais particularmente, originais e elaboradas, com apresentação de respostas diferentes de todos os outros e com bastantes detalhes. Como exemplo, vejam-se as ilustrações seguintes que mostram como o grupo, quando lhe foi solicitada a construção de uma nave que permitisse aos extraterrestre, Geo e Ebra, regressarem ao seu planeta, recorrendo ao GeoGebra, procurou e utilizou a ferramenta de desenho, que não tinha sequer sido abordada pelo professor. Foi o único par a fazer isso, distanciaram-se, assim, de uma tentativa de reprodução da imagem inicialmente apresentada, como fez a maioria dos grupos.

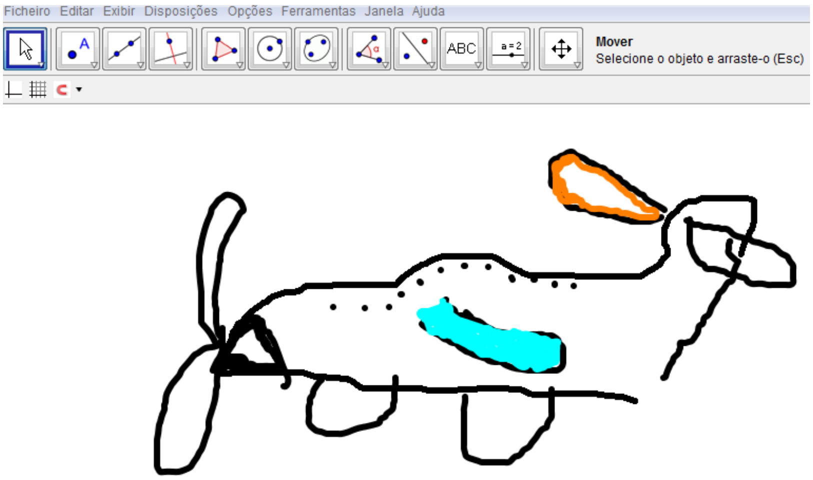


Fig. 29 – Resolução do par G1 da alínea 1 da tarefa 6

Também a fluência e a flexibilidade se notou neste grupo, tendo mesmo a tendência de apresentarem mais do que uma forma de resolver a mesma questão e que se podem alocar a categorias distintas - uma de cariz geométrico e outra de cariz "livre", em especial quando esta recorria ao GeoGebra. Veja-se a nave alternativa apresentada pelo grupo.

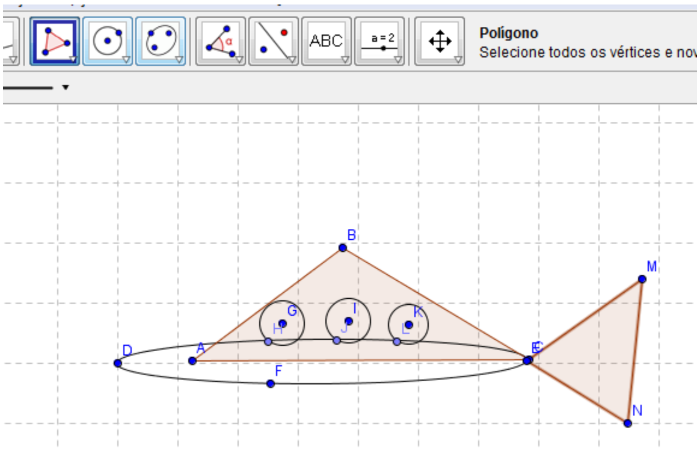


Fig. 30 – Resolução alternativa do grupo G1 da tarefa 6 alínea 1

O aluno que denotou uma maior evolução ao nível da fluência foi Tadeu. Apesar de ser um aluno com poucos hábitos de trabalho, que tentava sempre cumprir com os mínimos essenciais para responder às solicitações, durante este trabalho, sempre que utilizou o GeoGebra, mostrou ser capaz de apresentar uma grande variedade de respostas, fazendo-o de forma diligente e com visível prazer.

Uma das constatações feitas durante este trabalho foi que, sempre que se recorreu ao GeoGebra, os resultados dos trabalhos em que se apelava à criatividade foram mais elaborados, com composições realizadas com grande número de elementos, algo que não aconteceu no trabalho em papel, (veja-se figura seguinte).

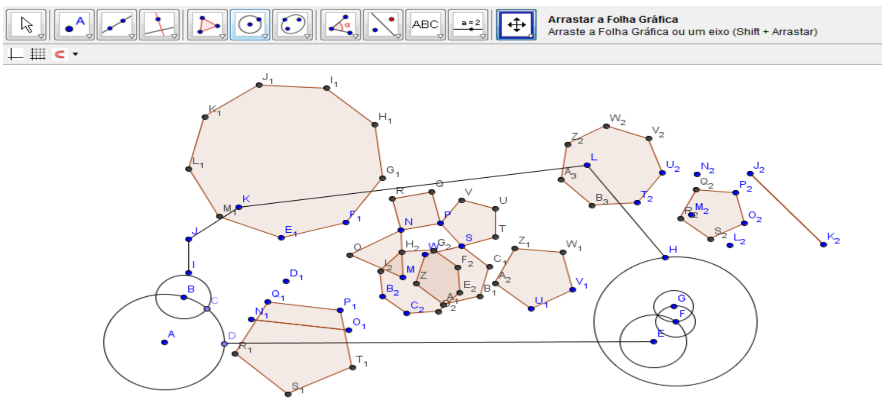


Fig. 31 – Resolução do par G1 da alínea 5 do pós-teste versão GeoGebra

Tal faz com que, em termos de resultado final, o trabalho realizado em papel fique muito mais uniformizado em termos de aspeto final e, logo, dificilmente possa ser bem classificado em termos de originalidade, como se pode verificar no exemplo seguinte.

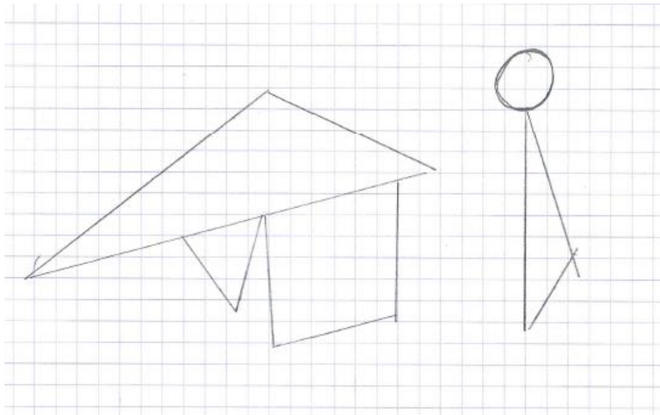


Fig. 32 – Resolução do par G1 da alínea 5 do pós-teste versão em suporte de papel

1.2.2 Representações

Quando inquiridos, no questionário inicial, sobre o que significava para eles ser criativo, responderam:

- André - *"Para mim, significa ter imaginação";*
- Tadeu - *"Significa que alguém cria muitas coisas". (DB, "16-01-2012")*

No que respeita à sua opinião sobre quais as áreas em que pensavam ser possível ser criativo, Tadeu realçou a pintura e André acrescentou a música, deixando no entanto entender que achavam que poderá existir criatividade noutras áreas:

- André - *"É possível ser criativo, na música, na pintura etc."*
- Tadeu -*" Na pintura e outras atividades" (DB, "16-01-2012")*

Ainda nesta primeira abordagem, ambos concordavam que a criatividade é influenciada pela idade, mas que não é possível avaliar esta capacidade nos alunos. Enquanto André entendeu que a escola limita a criatividade, Tadeu não manifestou opinião.

Já no questionário final, ambos consideravam ser possível ser criativo em matemática em particular na geometria;

- André - *"É possível ser criativo, com a simetria e as reflexões."*
- Tadeu - *" Nos ângulos, nas figuras geométricas…"(DB, "13-04-2012")*

Estes alunos consideravam-se criativos e entendiam que é uma capacidade que pode ser desenvolvida e ser avaliada.

Neste questionário, estes alunos admitiram não ter a noção de que era possível que a criatividade tivesse uma intervenção tão grande na matemática, sendo que ambos os alunos admitiram estar agora mais criativos.

André considerou que ser criativo é difícil, ao passo que Tadeu teve opinião contrária.

Nesta altura, estes alunos consideraram que a criatividade pode ser treinada, e que é possível a mesma ser avaliada e reconheceram ainda que, ao verem o trabalho dos colegas, sentiram vontade de ser mais criativos.

2. O caso Manuela e Jorge

O par G2 era composto pelos alunos Manuela e Jorge. Ambos afirmaram, no questionário inicial, gostar de matemática, no entanto, a aluna Manuela considerou-se razoável, ao passo que Jorge se considerou fraco. Se no caso de Jorge a sua autoavaliação coincide com os resultados apresentados na disciplina, o mesmo já não acontece com Manuela, que normalmente apresenta um bom desempenho na área. Jorge é o aluno com os piores resultados à disciplina, apresentava mesmo algum desinteresse pelas atividades sendo muito irrequieto e distraído. Não deixava, no entanto, de demonstrar algumas capacidades, que se revelavam sempre que os temas tratados o interessavam mais. A aluna Manuela era muito interessada e empenhada, realizando as tarefas com afinco tendo, no entanto, tendência para fazer prevalecer a sua opinião, menosprezando um pouco o contributo dos colegas.

Quanto ao uso dos computadores, os dois afirmaram ter computador em casa, embora só Manuela tenha afirmado ter acesso à Internet. Os dois alunos assinalaram que gostam muito de trabalhar com o computador. Ambos avaliaram os seus conhecimentos na área como medianos, embora Manuela fizesse um uso muito mais regular, sendo que tal se evidenciava numa muito maior competência na utilização destas ferramentas. Os dois alunos referiram que utilizavam este meio, principalmente, com fins lúdicos e de comunicação e, raramente, como ferramenta de estudo. Nenhum dos alunos tinha tido, até ao momento, qualquer contato com software de geometria dinâmica. No entanto, consideraram que a geometria era muito importante e afirmaram gostar muito.

2.1Competências geométricas

Este ponto comtempla os conhecimentos e as capacidades, bem como, as atitudes face à matemática em geral e á geometria em particular.

2.1.1 Conhecimentos e capacidades

Sob este título aborda-se as isometrias e os frisos.

2.1.1.1 Isometrias

Reflexão

No que respeita à noção que, no início deste estudo, os membros deste grupo tinham desta isometria, pode-se verificar que, embora tivessem já contactado com o conceito, tinham ainda dificuldade em o aplicar. Assim, quando questionados sobre o que entendiam por reflexão responderam:

- Manuela - ” *É uma imagem de um espelho”*
- Jorge - *”É ver o nosso reflexo”*(DB, “*16-02-2012*”)

O teste inicial revelou que desconheciam a noção de eixo de reflexão, não sendo também capazes de identificar qual a figura resultante de uma reflexão de eixo oblíquo, assinalando mesmo várias figuras, sendo que, nenhuma delas corresponde a uma reflexão da figura B, como se pode observar na figura seguinte.

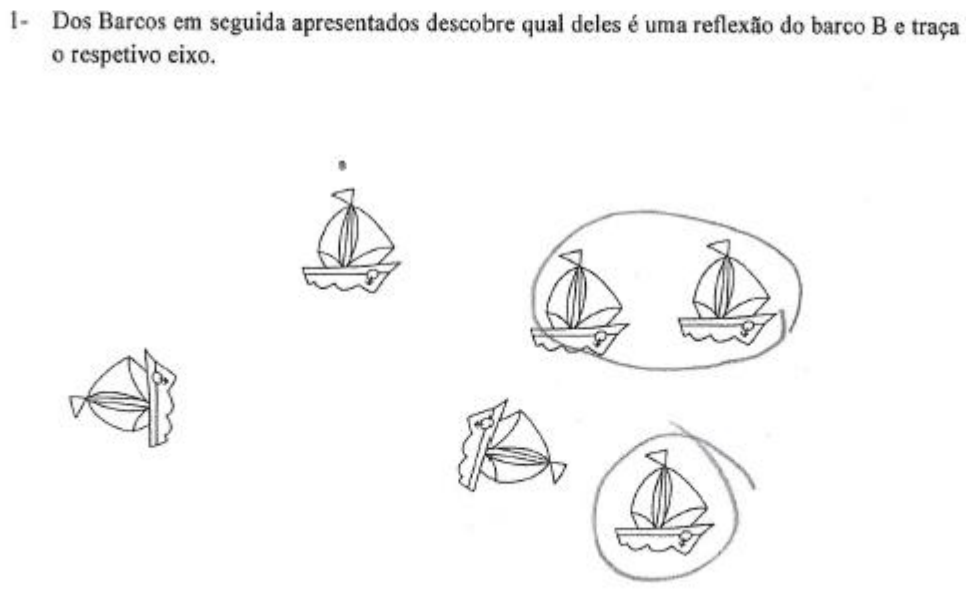
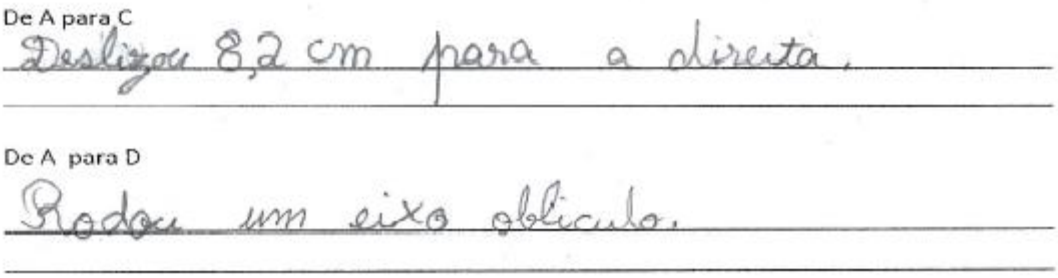


Fig. 33 - Resolução do par G2 da questão 1 do pré teste

Ao longo da resolução da tarefa 1 (Anexo 3), a sua noção de reflexão foi evoluindo, no entanto, continuaram a não identificar corretamente o eixo de reflexão, sentindo também dificuldades em identificar a isometria no meio de outras e confundindo-as.


De A para C

Deslizou 8,2 cm para a direita.

De A para D

Rodou um eixo oblículo.

Fig. 34 – Resolução do par G2 das alíneas 1 e 2 da tarefa 1.

Após esta primeira abordagem do conceito de reflexão, o grupo foi confrontado com a tarefa 2 (anexo 4) que incidia especialmente nesta isometria. Revelou ser já capaz de identificar e traçar os eixos de reflexão, independentemente de se tratar de eixos verticais, horizontais ou oblíquos, como se pode ver na figura seguinte. No entanto devido às dificuldades em utilizar, de forma adequada, a régua, os eixos apresentam-se por vezes ligeiramente deslocados, pois os alunos não tinham a noção de que teriam de ter em conta a espessura do bico do lápis. Também a questão da perpendicularidade pode não estar sempre assegurada.

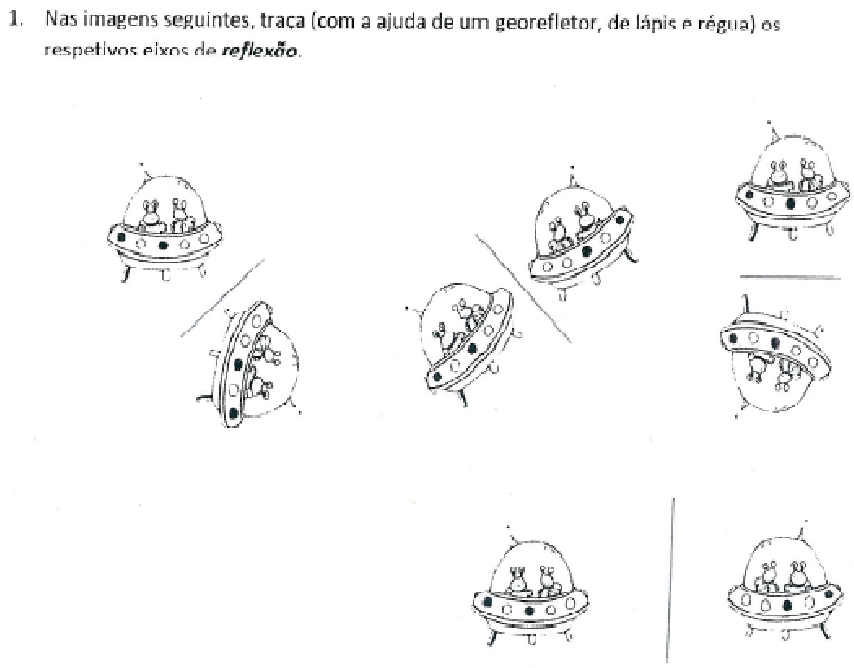

1. Nas imagens seguintes, traça (com a ajuda de um georefletor, de lápis e régua) os respetivos eixos de *reflexão*.

Fig. 35 – Resolução do par G2 da alínea 1 da tarefa 2

A liderança do grupo era claramente assumida por Manuela que ajudava e corrigia o trabalho de Jorge, dando-lhe instruções e orientações (DB, "*20-02-2012*").

À medida que o trabalho foi progredindo, o grupo foi esclarecendo algumas dúvidas tendo sido capaz de efetuar, no GeoGebra, a reflexão presente na figura seguinte.

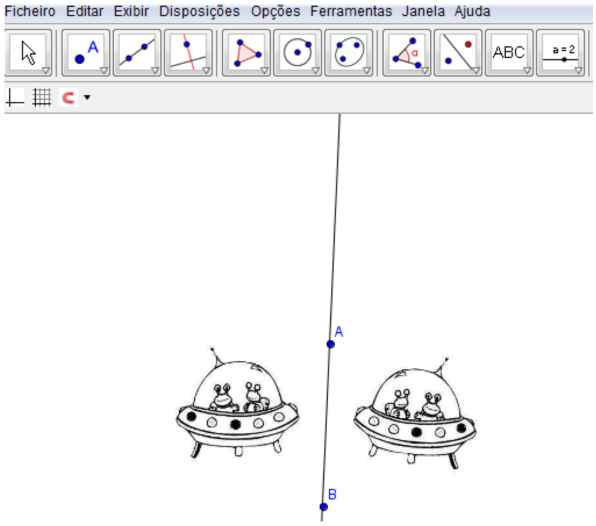


Fig. 36 – Resolução do par G2 da atividade 2 da tarefa 2

Tendo em consideração o pós-teste, este grupo evidenciou ter apreendido algumas noções de reflexão, uma vez que foi capaz de identificar corretamente a figura refletida. Revelou, no entanto, dificuldades traçar, de forma adequada, o respetivo eixo de reflexão.

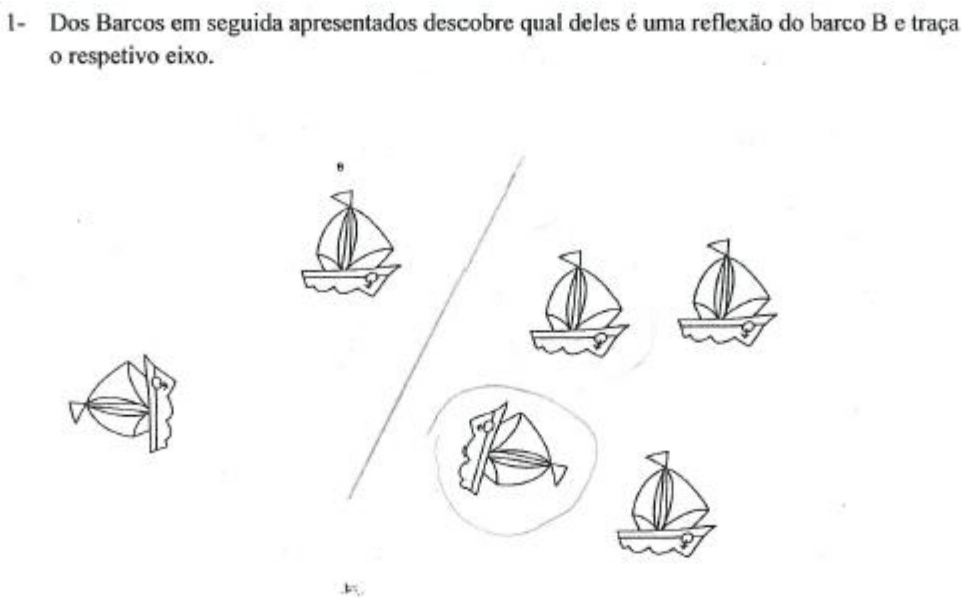


Fig. 37 – Resolução do par G2 da alínea 1 do pós-teste

O grupo foi também capaz de justificar o porquê de as outras imagens não poderem ser consideradas reflexões da imagem B, aquando da fase de discussão da tarefa (DB, “*23-03-2012*”)

Este par conseguiu, ainda, identificar e descrever uma reflexão numa composição de isometrias, como se evidencia na resposta dada à alínea 6 da ficha 2, algo que não tinha conseguido no pré-teste.

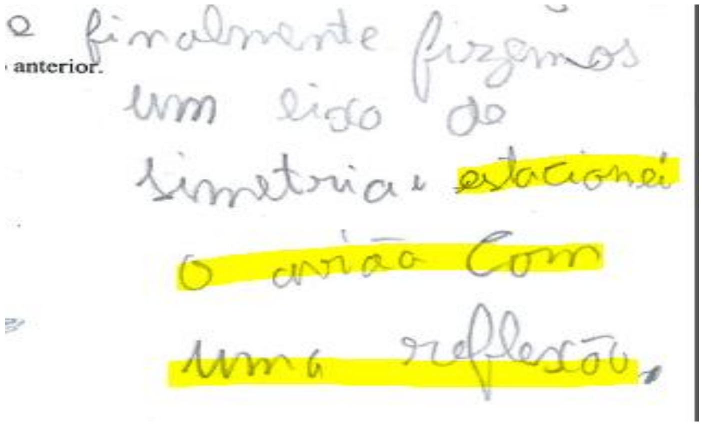


Fig. 38 - Resolução do par G2 alínea 6 da tarefa 2

Assim, o par G2 apresentou indícios de ter compreendido alguns aspetos desta isometria, uma vez que foi capaz de realizar as tarefas propostas embora nem sempre com rigor, principalmente no papel. Ainda aquando da discussão das tarefas o grupo tomou a iniciativa de apresentar o seu trabalho, executando a tarefa no GeoGebra, projetado para toda a turma.

.

Rotação

No pré-teste, o grupo não conseguiu identificar a rotação apresentada numa composição de isometrias, figura 35, tendo deixando em branco a questão.

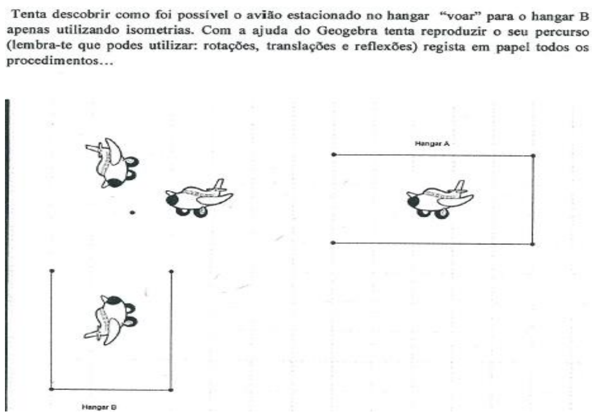


Fig. 39 – Resolução do par G2 da alínea 4 do pré-teste

Aquando da introdução desta isometria, com a tarefa 3, o investigador questionou o grupo sobre o que entendiam por rotação. Tendo obtido as seguintes respostas:

- Manuela - *"É rodar"*
- Jorge - *" Andar de volta"* (DB, "*24-02-2012*")

No momento da apresentação da tarefa respeitante à rotação, foram clarificados conceitos como: eixo de rotação, sentido de rotação e de ângulo de rotação.

Após um pequeno debate conjunto na turma, o grupo, sem dificuldades aparentes, identificou qual seria o resultado da aplicação de uma rotação de 180º aplicada a uma figura, desenhando prontamente o resultado de tal rotação. Como se pode ver na figura seguinte, tiveram mesmo o cuidado de representar as duas orientações possíveis.

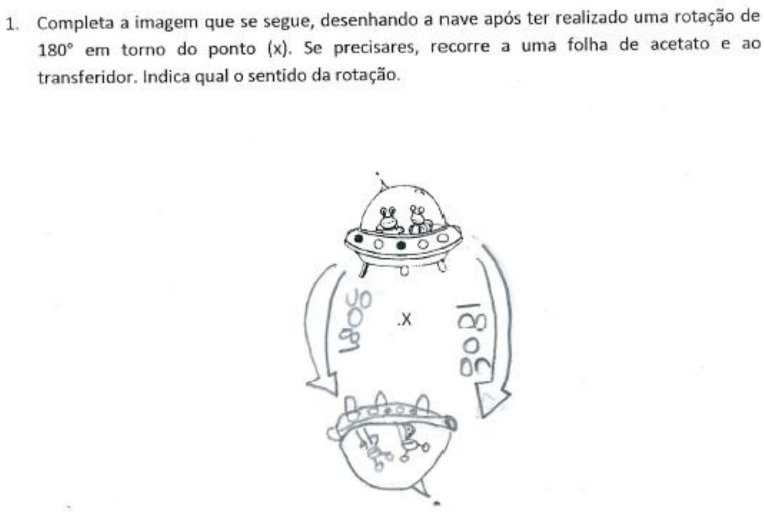


Fig. 40 – Resolução do grupo G2 da tarefa 3 – questão 1

Tal permite inferir que os alunos compreenderam que, caso a rotação de 180º tivesse sentido inverso, o resultado final seria o mesmo.

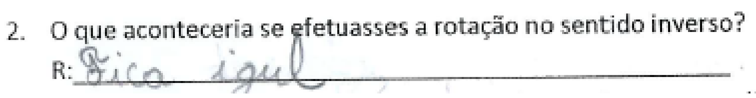


Fig. 41 – Resolução do par G2 da alínea 2, tarefa 3

Quando questionados sobre se aconteceria o mesmo com outros ângulos de rotação. Manuela teve dificuldade em dar uma justificação com sentido. Já Jorge foi mais convincente.

Manuela - *" Claro que não, só dá assim porque anda o mesmo para os dois lados"*

Jorge - *“Se virarmos só 90º fica de lado, e pode ser de um ou de outro conforme viramos”* (DB, “*24-02-2012*”)

Na última atividade da segunda tarefa, propõe-se aos alunos efetuar, com o GeoGebra, diferentes rotações a planetas e estrelas criadas por eles, ou até rosáceas.

O grupo sentiu de início, algumas dificuldades, na rotação de uma figura composta por vários elementos, pois não tinha compreendido que era necessário selecionar o conjunto antes de aplicar a rotação, mas uma vez esclarecida esta situação, conseguiram concretizar rapidamente a tarefa.

Manuela - *“Professor só estão a rodar bocados”* (DB, “*24-02-2012*”)

(ver figura seguinte)

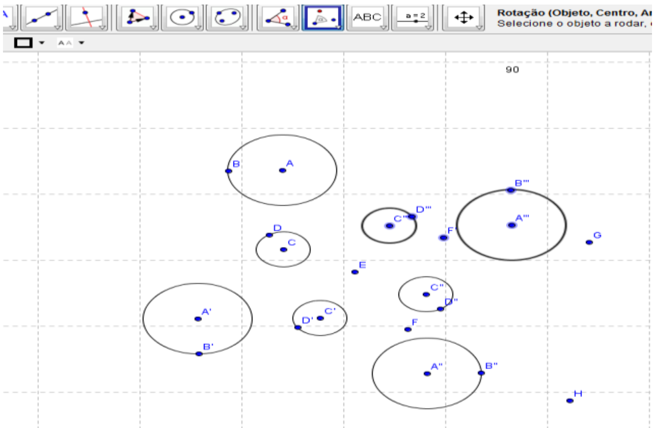


Fig. 42 – Trabalho do par G2 para a atividade proposta na tarefa 3 alínea 3

Ao longo da tarefa este grupo, foi discutindo muitas das construções, sendo que muitas vezes não concordavam quanto à melhor forma de obter o resultado pretendido.

Durante as discussões e apresentações do trabalho, questionavam muitas vezes os colegas, assinalando o que pensavam não estar correto.

Manuela - *“A vossa rosa está mal, porque falta um círculo!”* (DB, “*24-02-2012*”)

Pode-se concluir que este grupo conseguiu aprofundar o conceito de rotação se se atender ao facto de, no pós-teste, ter sido capaz de identificar uma rotação e qual a medida da amplitude do ângulo utilizado, numa figura envolvendo uma composição de isometrias tarefa 4 (anexo 2), (ver figura seguinte).

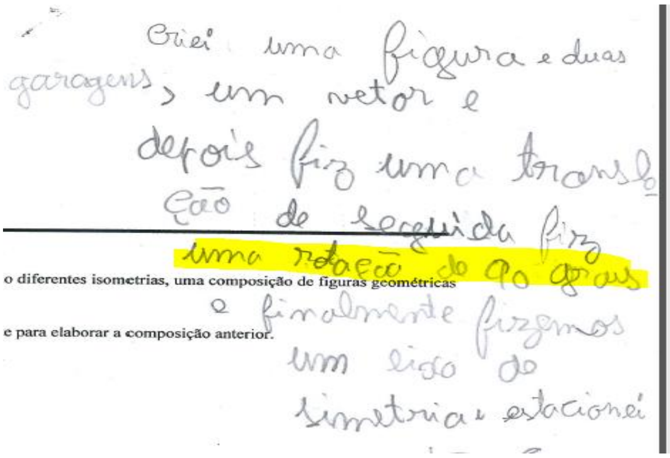


Fig. 43 – Resolução do par G2 da questão 4 do (pós-teste)

Translação

O conceito de translação foi uma total novidade também para o grupo G2, não tendo sequer conseguido dar uma definição sobre o significado da palavra.

No pré-teste, este par não tentou sequer esboçar uma resposta sobre o tema (ver figura seguinte) denotando, uma vez mais, o seu desconhecimento sobre o assunto.

Fig. 44 – Resolução do grupo G2 da alínea 2 do (pré-teste)

Durante a aplicação da sequência didática, a primeira abordagem à translação foi feita logo na primeira tarefa, tendo o professor aproveitado a ocasião para dar uma explicação sucinta do conceito, exemplificando com o uso do GeoGebra. Manuela revelou facilidade em compreender o conceito, ao passo que Jorge necessitou de explicação mais detalhada, reforçada por nova demonstração no GeoGebra (DB, "*07-02-2012*").

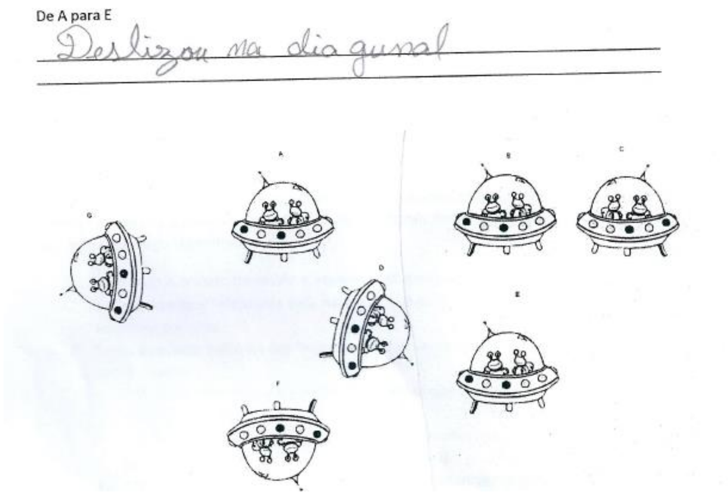


Fig. 45 – Resolução do grupo G2 da tarefa 1 alínea 2

Na primeira tarefa especialmente dedicada à translação, este grupo já revelou maior facilidade em identificar translações e vetores a ela associados (ver figura seguinte).

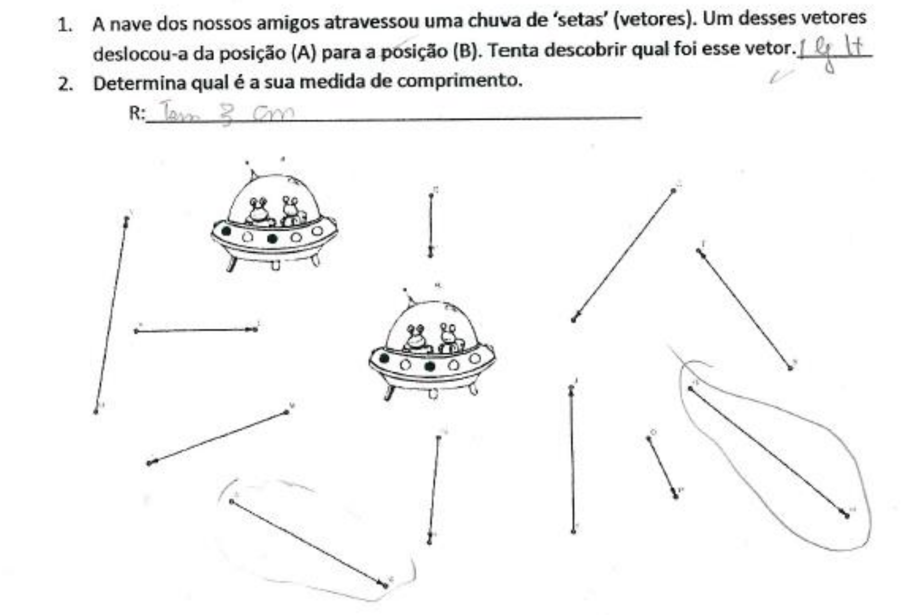


Fig. 46 – Resolução do par G2 da tarefa 4 atividades das alíneas 1 e 2

O par também não revelou grandes dificuldades em efetuar uma translação com o auxílio do GeoGebra, tendo efetuado o trabalho sem qualquer tipo de ajuda.

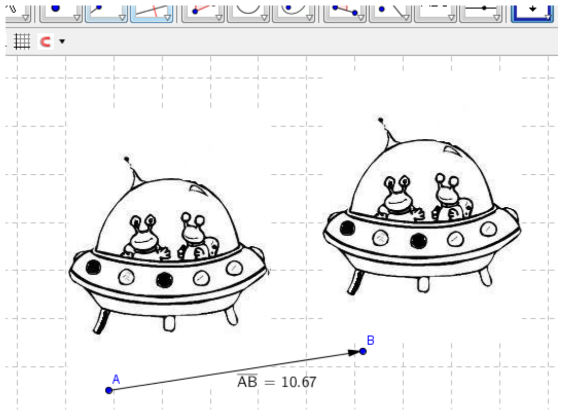
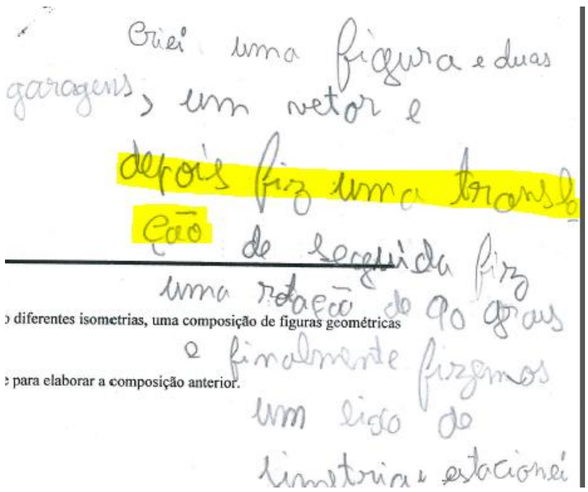


Fig. 47 – Resolução do grupo G2 para a tarefa 4 alínea 3

Também no pós-teste, o grupo teve comportamento similar, dando a entender ter assimilado esta noção.


Criei uma figura e duas garagens, um vetor e depois fiz uma translação de seguida fiz uma rotação de 90 graus e finalmente fizemos um eixo de simetria e estacionei

diferentes isometrias, uma composição de figuras geométricas

para elaborar a composição anterior.

Fig. 48 - Resolução do par G2 para alínea 4 do pós-teste

A tarefa 5 tinha como objetivo introduzir a noção de friso, temática que será abordada mais adiante neste trabalho. Assim, com as primeiras atividades desta tarefa (Anexo 7), pretendia-se fazer uma recapitulação das noções de vetor e translação e permitiram, também elas, evidenciar que o par G2 tinha, nesta altura, interiorizado o essencial destes conceitos (ver figura seguinte).

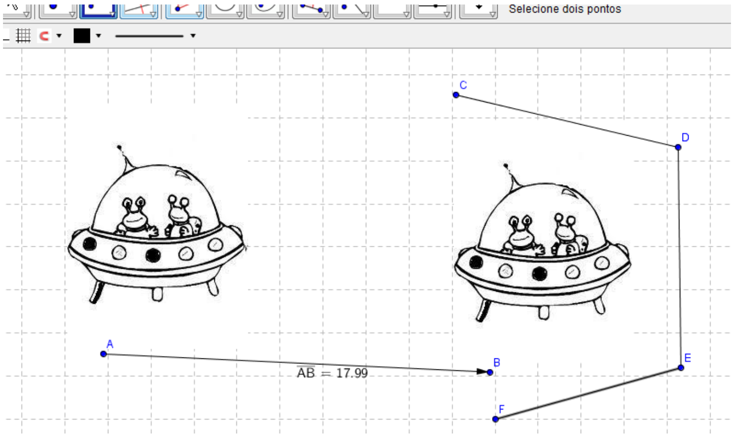
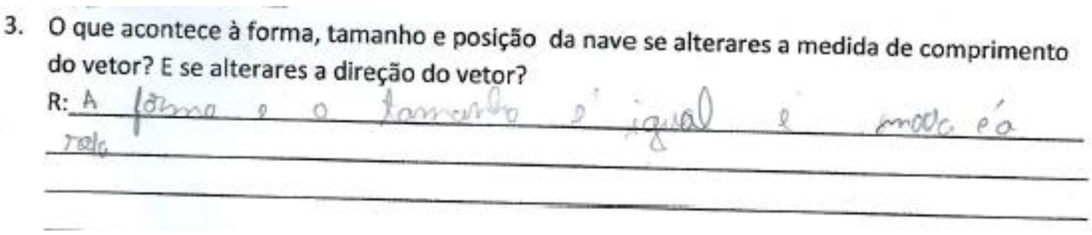


Fig. 49 – Resolução do par G2 da alínea 1 da tarefa 5

No entanto, este grupo sentiu algumas dificuldades em compreender que a alteração do comprimento e orientação do vetor apenas afeta a posição relativa das duas imagens, mas que a sua forma a tamanho se mantêm, tendo o investigador sentido necessidade de recorrer ao GeoGebra para evidenciar esta propriedade das isometrias a este grupo específico.


3. O que acontece à forma, tamanho e posição da nave se alterares a medida de comprimento do vetor? E se alterares a direção do vetor?

R: A fórma e o tamanho é igual e muda é a reta

Fig. 50 - Resolução par G2 da alínea 3 da tarefa 5

No pós-teste, o par já foi capaz de responder à questão colocada (ver figura seguinte), tendo traçado o vetor e assinalado a sua medida, com um grau de rigor aceitável para este nível de escolaridade e sem necessitar de ajuda.

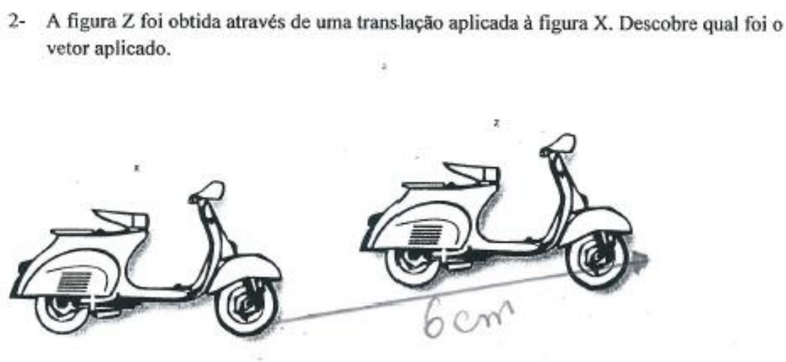


Fig. 51 – Resolução do par G2 da alínea 2 do (pós-teste)

Esta facilidade na execução das tarefas anteriormente referidas permitiu ao investigador assumir que os conceitos de vetor e de translação estariam minimamente assimilados, de forma a permitir avançar para a isometria seguinte.

Reflexão deslizante

Na aula em que seria aplicada a sexta tarefa, o investigador explicou à turma, recorrendo ao GeoGebra que, reflexão deslizante era, no fundo, o resultado de uma composição de uma reflexão seguida de uma translação particulares.

O passo seguinte consistiu na execução de uma reflexão deslizante com recurso ao GeoGebra, utilizando uma nave criada pelos alunos. Os alunos criaram a nave referida (ver figura seguinte), mas tendo primeiro questionado:

Jorge – *" tem de ficar parecida com a nave do Geog e do Ebra?" (DB, "16-03-2012")*

O investigador informou que seria desejável que fosse o mais criativa possível, logo diferente. Este grupo apenas necessitou de auxílio para ocultar a primeira imagem resultante da reflexão.

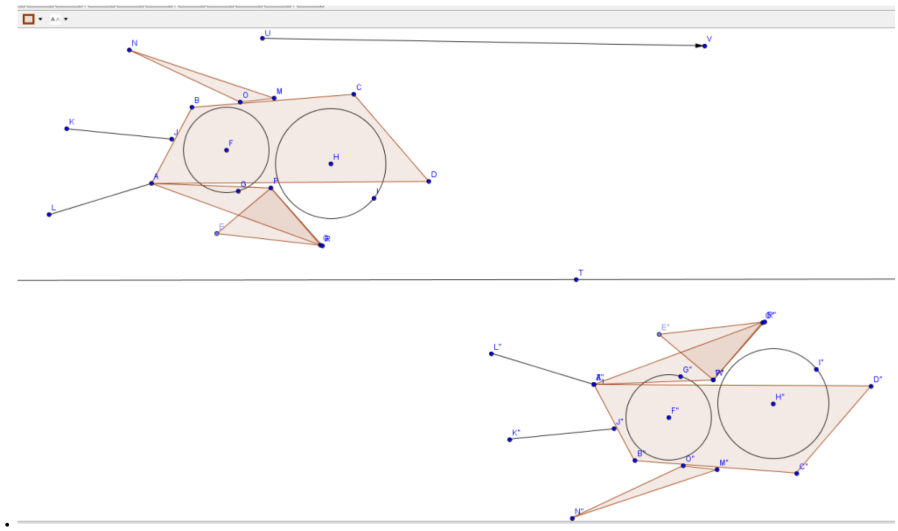


Fig. 52 – Resolução do par G2 das alíneas 1, 2 e 3 da tarefa 6

Na fase final da tarefa, era solicitado que, em suporte de papel, o grupo realizasse um exercício semelhante, tal como aconteceu com todos os outros grupos, também este sentiu as dificuldades já referidas na fase de descrição deste estudo. No entanto, Manuela insistiu em tentar efetuar o exercício numa folha lisa enquanto Jorge aceitou a ajuda e utilizou o papel quadriculado, tendo conseguido uma construção muito mais interessante (ver figuras seguintes).

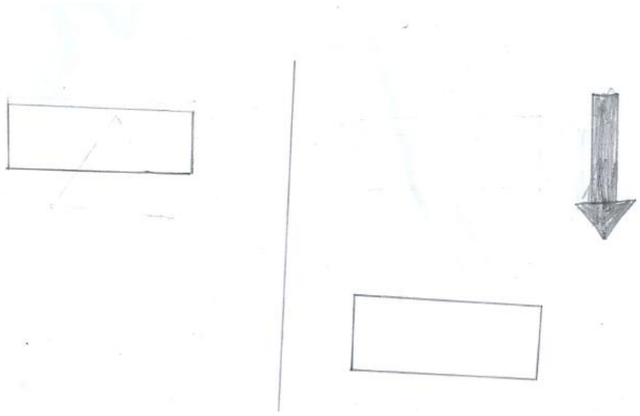


Fig. 53 - Resolução da aluna Manuela do par G2 para a alínea 4 da tarefa 6

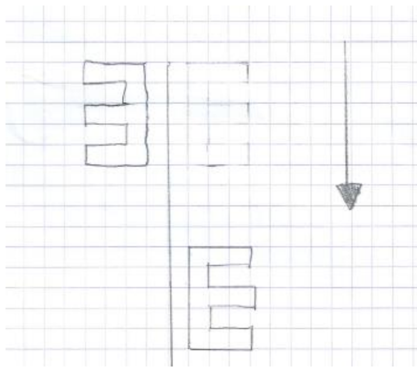


Fig. 54 - Resolução do aluno Jorge par G2 para a alínea 4 da tarefa 6

A comparação entre estes dois trabalhos evidencia que as dificuldades de execução técnica das tarefas faz com que, muitas vezes, os alunos optem por respostas menos criativas mas de mais simples execução.

Na fase da discussão das tarefas, quando questionados pela opção papel liso, ou quadriculado, o elemento feminino do grupo afirmou:

Manuela - *"Pensava que era mais fácil, porque assim podia fazer a figura que quisesse"* (DB, "*06-03-2012*")

No entanto posteriormente reconheceu que talvez a sua não tivesse sido a melhor opção.

2.1.1.2 Frisos

No início deste estudo, o par G2 não foi capaz de responder, no pré-teste, à questão colocada sobre frisos tendo, em conversa, revelado desconhecer este conceito associado à geometria:

Manuela - "*Eu conheço cabelos frisados, mas não sei se tem a ver*"(DB, "*16-02-2012*").

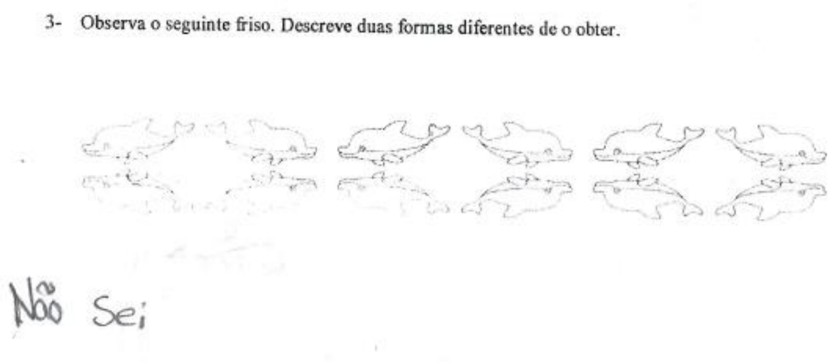


Fig. 55 – Resolução do grupo G2 da alínea 3 do pré-teste

Na quinta tarefa, depois de, no GeoGebra, terem criado uma imagem e um vetor, algo em que não sentiram qualquer dificuldade, o investigador informou que, para a obtenção de um friso, teriam de aplicar, sucessivamente, o mesmo vetor à imagem resultante de cada translação. O par pareceu interiorizar a explicação e concretizou-a no GeoGebra. Veja-se a imagem seguinte.

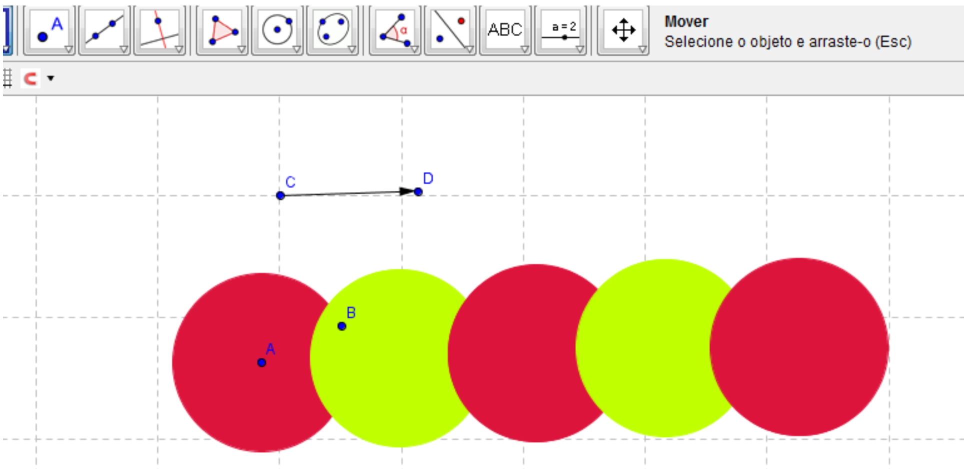


Fig. 56 – Resolução par G2 tarefa 5 alínea 5

Quando questionada a turma sobre locais onde seria possível encontrar frisos no dia-a-dia, este par contribuiu dando e procurando exemplos em objetos presentes na sala de aula.

No pós-teste, este grupo, apesar de apenas apresentar uma solução para a elaboração do friso, mostrou que conseguiu entender minimamente os conceitos envolvidos, (ver figura seguinte).

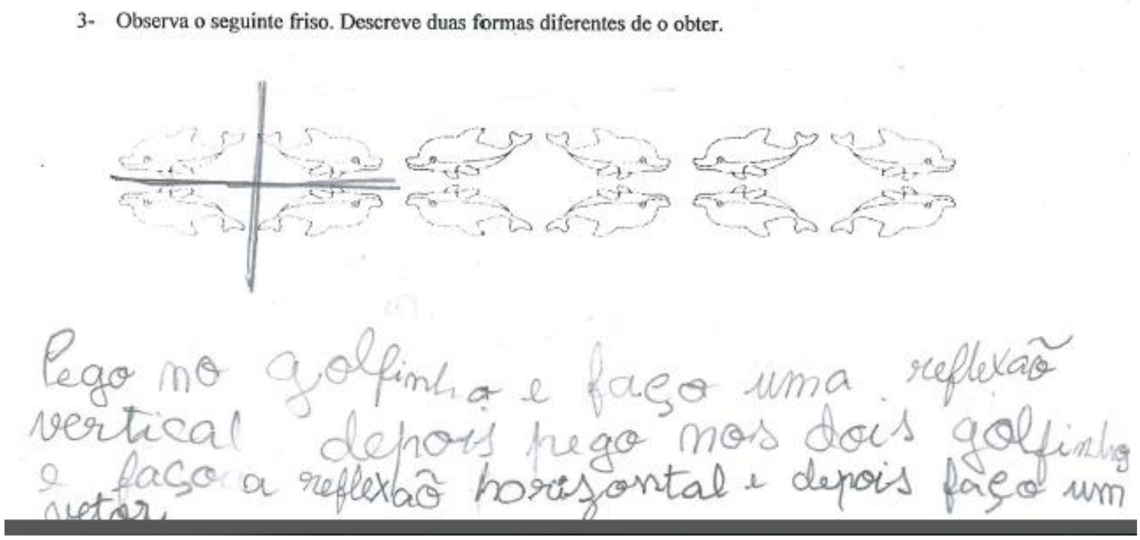


Fig. 57 – Resolução do par G2 da alínea 3 do pós-teste

2.1.2 Atitudes

Na fase inicial deste estudo, ambos os alunos deste par, aquando do preenchimento do questionário inicial, afirmaram que gostavam muito de matemática e de geometria, pese embora atribuíssem a esta última, importâncias diferentes. Ao passo que Manuela a considerava muito importante, Jorge pensava o oposto. Nenhum dos dois tinha tido, até ao momento, contacto com ambientes de geometria dinâmica. O grupo revelou, no pré-teste, ser incapaz de executar as tarefas propostas, sendo que, na maioria delas, apenas escreveu "*não sei*". Este facto revela que, à semelhança do grupo 1, estes alunos não tinham tido, até este momento, qualquer contacto com os conceitos de isometrias que se pretendia abordar, nem se esforçaram por avançar com qualquer resposta.

Ao longo da aplicação da sequência de tarefas, este grupo mostrou-se também ele, muito empenhado na resolução de todas as propostas de trabalho. Pese embora tenham, em algumas delas, sentido algumas dificuldades, o que se pode inferir da análise que foi feita anteriormente a cada uma das tarefas, estes alunos revelaram vontade de progredir, o que se veio a concretizar. Tal ficou também patente no pós-teste onde, apesar de algumas incorreções, os alunos foram já capazes de apresentar um nível de desenvolvimento que lhes permitiu um desempenho que se podia considerar o expectável, atendendo à faixa etária em que se encontravam.

No questionário final, os elementos deste grupo concordavam que a utilização do papel e lápis tinham sido importante para o seu trabalho, no entanto, ao passo que Manuela considerava importantes outras ferramentas como, réguas e compassos, já Jorge manifestava não ter opinião formada. Também quanto à facilidade de utilização do GeoGebra, existiu uma diferença de opiniões, enquanto Jorge considerou ser fácil trabalhar com o programa, Manuela entendeu ser difícil a sua aprendizagem. As opiniões já foram coincidentes no que diz respeito ao papel facilitador do GeoGebra como ferramenta de aprendizagem da geometria, bem como em relação aos seus préstimos como gerador de autonomia dos alunos e como promotor de interações entre os mesmos. O grupo entendeu, também, que este trabalho lhes permitiu criar uma visão mais positiva da geometria, para Manuela "*porque é mais fácil*", para Jorge "*porque é divertido*" (questionário final 13-04-2012). Este grupo considerou também que desta forma a geometria se torna mais motivadora, e que desenvolveu o seu pensamento geométrico, contribuindo também para diminuir os seus receios face à matemática. Para estes alunos, o facto de se utilizar o computador torna o trabalho mais fácil, Manuela - " *à mão é mais cansativo*" (questionário final 13-04-2012).

Todas as respostas dadas por este grupo ao questionário final apontam no sentido de que, para os alunos, a forma como foi implementado este tópico, por recurso sistemático ao GeoGebra, permitir perceber e aprofundar melhor os conceitos envolvidos e ser um fator de motivação acrescido.

2.2 Criatividade

Neste ponto distinguem-se as manifestações das representações sobre a criatividade.

2.2.1 Manifestações

O grupo G2 fez sempre um esforço, mais ou menos conseguido, para que o seu trabalho se apresentasse de forma diferente dos demais, nomeadamente criando frisos mais elaborados e introduzindo cores, algo que mais nenhum grupo apresentou, dando também respostas mais elaboradas que os restantes. Este grupo teve mesmo o cuidado de atribuir nomes às suas criações, tendo apelidado a sua construção de "Titanic", (ver imagem seguinte). Por estes factos, pode-se afirmar que o grupo apresentou uma certa originalidade de ideias.

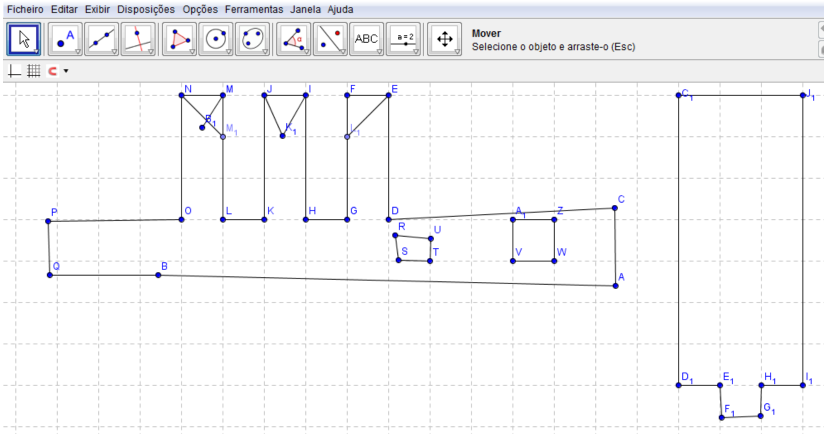


Fig. 58 – Resolução do par G2 da alínea 1 tarefa 6

Quanto à fluência do trabalho criativo, pode-se dizer que não se apresentou particularmente relevante neste grupo. A tendência foi apresentarem, apenas, uma solução para as questões, mesmo quando lhe eram solicitadas mais.

Talvez o facto de o entendimento entre os dois elementos do grupo não ser o melhor possa ter, de alguma forma, condicionado o seu desempenho em termos criativos.

Como este grupo resolvia as tarefas muito rapidamente, o investigador ia propondo tarefas adicionais que permitissem aos alunos explorar a mesma situação em papel e no GeoGebra. Assim, na figura seguinte, vê-se o resultado de uma proposta de trabalho em que foi solicitado aos alunos uma criação livre recorrendo a figuras geométricas e a isometrias trabalhadas durante as sessões com recurso ao Geogebra e também utilizando papel e lápis.

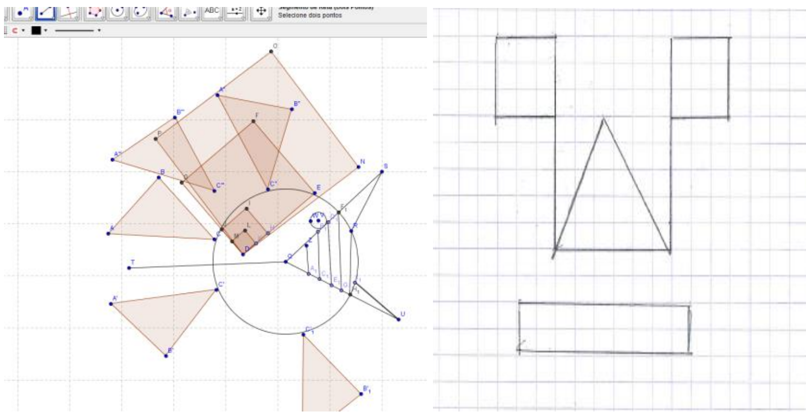


Fig. 59 – Trabalhos do par G2, realizados a partir de proposta do professor

Como é visível, o trabalho realizado com recurso ao GeoGebra apresenta uma maior quantidade de figuras e de isometrias apresentando-se muito mais detalhado.

2.2.2 Representações

Quando inquiridos, no questionário inicial, sobre o que significava para eles ser criativo afirmaram:

- Manuela - *"Para mim, significa ter imaginação";*
- Jorge -*"Para mim, ser criativo é ajudar os outros"* (DB, 16-01-2012).

No que respeita à sua opinião sobre quais as áreas em que pensavam ser possível ser criativo, Manuela realçou a música, pintura, arte e ciência e Jorge pintura, música e física. Jorge considerou ser possível ser criativo em matemática não descriminando de que forma. Já Manuela entendeu não ser possível ser criativo nesta área.

Estes alunos consideraram-se criativos e entendiam que seria uma capacidade que poderia ser desenvolvida, mas apenas Jorge entendeu que esta podia ser avaliada. Os dois concordaram que a escola limita a criatividade dos alunos.

No final deste estudo, Manuela e Jorge apresentavam visões diferentes sobre o tema. Manuela admitiu que as tarefas tradicionais limitam a criatividade, enquanto Jorge manifestou opinião contrária. Ambos admitiram que não tinham noção de que era possível que a criatividade tivesse uma intervenção tão grande nesta área, sendo que os alunos admitiram estar mais criativos no final.

Este grupo considerou não ser difícil ser criativo, que a criatividade podia ser treinada e que era possível a mesma ser avaliada. Reconheceram ainda, que, ao verem o trabalho dos colegas, sentiam vontade de ser mais criativos. Era também sua opinião que as tarefas apresentadas tinham sido criativas e que os professores reconhecem a criatividade dos alunos.

CAPÍTULO IV – PRINCIPAIS CONCLUSÕES, LIMITAÇÕES E SUGESTÕES

Neste capítulo, começa-se por apresentar as principais conclusões decorrentes da análise realizada sobre os dados recolhidos, no sentido de dar resposta às questões de investigação. Tem-se particular atenção nas duas categorias principais sobre as quais o estudo incidiu, criatividade e competências geométricas dos alunos, em particular ao nível das isometrias.

Num segundo momento, indicam-se as principais limitações do estudo e sintetizam-se algumas recomendações que dele decorrem para investigações futuras.

Por fim, conclui-se o trabalho com uma breve reflexão pessoal sobre a experiência desenvolvida.

1. Conclusões do estudo

Recorde-se que o estudo perseguiu como principais objetivos analisar o impacto de uma abordagem criativa das transformações geométricas isométricas no 1º Ciclo do Ensino Básico, baseada numa sequência de tarefas a resolver por recurso ao GeoGebra e outros materiais mais tradicionais, numa mais sólida apropriação e aplicação de conceitos geométricos envolvidos, no desenvolvimento de atitudes mais favoráveis em relação à geometria, em particular, e à matemática no geral e no desenvolvimento de criatividade – manifestações e conceções.

A recolha de dados foi efetuada numa turma do 4º ano e a análise incidiu em dois casos, correspondentes a 2 grupos de dois elementos.

A preparação e implementação deste estudo seguiram as mais recentes orientações curriculares, espelhadas no Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al, 2007). Também foi feito um esforço para que todo o trabalho se enquadrasse nas orientações e planificações em vigor na escola, de forma a que este trabalho não se apresentasse como algo extemporâneo, sem um enquadramento no decurso normal das atividades escolares.

A realização deste estudo teve por base uma sequência didática composta por seis tarefas, tentando-se uma abordagem criativa para que os alunos, também eles, desenvolvessem a sua criatividade ao mesmo tempo que iam aprendendo os conceitos básicos das isometrias. Tomou-se a opção de iniciar o estudo por cada isometria individualmente. Tal é justificável com o facto de se estar a introduzir o software GeoGebra, o que obrigava ao uso simplificado das ferramentas do mesmo, o que, de certa forma, dificultaria uma outra abordagem mais orientada numa perspetiva construcionista. No entanto, tentou-se trabalhar as isometrias em associação com a simetria de figuras, tal como o preconizado por Breda et al (2011).

1.1 Competências geométricas

Os dois pares de alunos, no início da abordagem do tema, revelaram desconhecer as isometrias, não tendo conseguido responder a qualquer das 4 questões iniciais do pré-teste, tendo apenas efetuado algumas tentativas de resposta à questão inicial que incidia sobre a reflexão. Nas questões finais do teste, que incidiam, em particular, na vertente criativa e na capacidade de comunicar o que tinham feito, os alunos esforçaram-se por apresentar figuras mais ou menos elaboradas e tentaram dar explicações do processo, embora revelassem desconhecimento da terminologia associada mais adequada.

No que se refere à utilização do GeoGebra como ferramenta para o ensino e aprendizagem das isometrias, neste ciclo de ensino, parece ter ficado claro que apresenta algumas vantagens. Todos os indicadores apontam para o fato do GeoGebra ser, efetivamente um facilitador, uma ferramenta da qual os casos se apropriam com facilidade e que os motivou para se empenharem nas tarefas, corroborando resultados idênticos obtidos por outros autores (Vieira, 2010; Martins, 2012).

Ao analisarem-se os dados recolhidos, pode-se verificar que os grupos assimilaram, muitas das noções básicas que são expectáveis para este nível de ensino.

A isometria que os grupos sentiram mais dificuldade em identificar foi a translação, talvez pelo fato de nunca a ter abordado anteriormente, ao passo que, embora de uma forma pouco elaborada, tinham já tido contato com as noções de reflexão e rotação.

Os alunos, quando confrontados, posteriormente, com questões sobre as temáticas tratadas com recurso ao GeoGebra, mas somente com utilização de suporte de papel, revelaram uma maior facilidade na sua resolução.

No que respeita às atitudes dos alunos envolvidos neste estudo face à Matemática em geral e à Geometria em particular, pode-se afirmar que sofreram uma evolução positiva. Apesar de, no início, estes alunos revelarem já gostar de matemática, manifestavam, no final do mesmo, que não só o seu interesse pela disciplina aumentou como tinham a opinião que a utilização do GeoGebra tinha sido um contributo importante, tanto em termos de motivação, como ferramenta facilitadora das aprendizagens, o que vai na mesma linha de resultados obtidos por outros investigadores (Vieira, 2010; Jacinto, 2013).

1.2 Criatividade

De todos os temas abordados neste estudo, este foi, sem dúvida, o mais complexo. A primeira dificuldade surge logo quando se tenta encontrar uma definição, mais ou menos consensual, de criatividade - "Quando o tema em discussão é a criatividade em Matemática, também não encontramos consenso sobre o que caracteriza este tipo de criatividade" (Mann, 2005).

E a primeira conclusão a que se chega é que este é um tema onde dificilmente se encontram consensos.

Mesmo depois de se ter optado por uma das teorias mais em voga sentiu-se, de imediato, enormes dificuldades em avaliar as produções dos alunos mais ou menos criativas. Dadas as características intrínsecas da criatividade, que se carateriza por ideias que não se enquadram dentro das categorias existentes, tentar classificá-las cria um efeito paradoxal difícil de contornar.

Ainda assim, com o principal objetivo de conseguir enquadrar os dados obtidos neste estudo, optou-se por recorrer à classificação de Conway (1999) que propunha que se medisse a fluência, a flexibilidade, a originalidade e a elaboração das respostas apresentadas pelos alunos. Os casos apresentaram, ao longo do estudo, uma evolução no que diz respeito às representações que tinham sobre a criatividade e sobre as formas como ela se podia manifestar. Enquanto, no início do estudo, os alunos mostravam muitas reservas, quanto às áreas em que era possível ser criativo; à possibilidade da criatividade ser aplicada na matemática e de ser uma característica suscetível de ser "aprendida" e desenvolvida, já no final do mesmo as opiniões apontavam no sentido inverso.

Os pares foram capazes de, para uma mesma proposta, apresentar diversas soluções e envolvendo isometrias diferentes (veja-se trabalho da figura 55). Assim, ao nível da fluência e flexibilidade, houve alguns indícios de melhorias, talvez devido à facilidade de utilização do GeoGebra e ao acréscimo de motivação que a utilização das novas tecnologias produz, geralmente, nos alunos deste nível de ensino.

Também foi possível verificar, ao longo do estudo, que o par G1 apresentou um grau de originalidade superior aos restantes alunos. No entanto, os elementos deste grupo apresentavam esta característica mesmo antes da realização do mesmo. A questão seria, então, tentar descortinar até que ponto o fato de estarem a trabalhar com recurso ao GeoGebra fazia desenvolver ainda mais essa sua característica ou, se por outro lado, foi o recurso a tarefas de natureza mais criativa que contribuiu para esse melhor desempenho. Aquilo que o investigador pôde observar, é que, por oposição ao trabalho com as ferramentas tradicionais – papel, réguas, lápis, etc.. os trabalhos realizados com recurso ao GeoGebra tendem a apresentar-se mais elaborados, com maior riqueza de detalhes e são concluídos muito mais rapidamente. Assim, o que poderá estar em causa não é tanto a criatividade mas a facilidade de a manifestar, isto é, as dificuldades técnicas da exposição das ideias em suporte de papel limitam a exploração e apresentação das mesmas. Por outro lado, o GeoGebra permite ultrapassar essas dificuldades de execução, tornando muito mais fácil, para os alunos, apresentarem e explorarem novas ideias, uma vez que não estão limitados pelas dificuldades que sentem em "fazer geometria no papel". Há ainda a salientar que a criação de todo um ambiente propício, quer através de sequências de tarefas de cariz criativo, quer de dinâmicas de sala de aula diferentes, com mais tempo e liberdade para a execução das tarefas propostas e, principalmente o confronto das mesmas, parece ser elemento facilitador da atividade criativa. À mesma conclusão chegou Tavares (2012).

Portanto, o que neste contexto se afigura importante realçar é o facto de que a criação de uma "atmosfera criativa" aparenta ser propícia a uma certa predisposição para a criatividade. Os alunos realçaram, em várias ocasiões, o facto de as tarefas serem originais e divertidas, bem como a observação das produções originais dos outros grupos os incentivar a, também eles, trabalharem nesse sentido. O clima de sala de aula tem sido apontado em diversos estudos (e.g., Alencar, 1990; Fleith, 2002) como essencial para o desenvolvimento da criatividade no contexto escolar. Ainda no entender destes autores, é necessário um ambiente que reconheça e encoraje as ideias criativas.

No que diz respeito às representações que os alunos tinham sobre a criatividade, pode-se afirmar que este foi um dos aspetos onde se registaram mais alterações ao longo do estudo. Apesar de no início os alunos se considerarem eles próprios criativos, limitavam a possibilidade da existência de criatividade a áreas como as artes. No entanto no questionário final, assumiam já a possibilidade de a mesma ser extensível a outras áreas da atividade humana e em particular à matemática. Os quatro alunos assumiram também que observar trabalhos criativos, despertava neles o desejo de eles próprios apresentarem produções criativas.

2. Limitações e constrangimentos

Não querendo, de forma alguma, enumerar um enorme rol de dificuldades, como forma de desculpabilização por alguma parte menos conseguida deste trabalho cabe, ainda assim, ao investigador, o papel de salientar alguns dos condicionalismos encontrados durante a execução deste trabalho, quanto mais não seja como um alerta para outros que decidam enveredar por caminho semelhante.

O primeiro obstáculo é intrínseco ao próprio investigador e prende-se com a sua total inexperiência neste papel, estando certo que, fruto disso, desperdiçou, certamente, boas ocasiões para desenvolver um melhor trabalho e não explorou, da melhor forma, muitas das situações que foram surgindo ao longo deste percurso.

Um outro obstáculo, este já de cariz extrínseco ao investigador, prende-se com alguns fatores que dificultam não só este estudo mas todo o processo educativo em Portugal. Está relacionado com a falta de condições materiais e humanas das escolas. Este estudo foi aplicado numa turma com 23 alunos composta, em simultâneo, por 10 alunos do 4º ano e 13 do 1º sendo que, destes, alguns eram detentores de necessidades educativas especiais, não reconhecidas pela tutela e, por consequência, não tendo direito a apoio suplementar. Neste contexto, realizar um estudo com estas características e, em simultâneo, conseguir orientar 13 alunos, designadamente, na iniciação à leitura e à escrita é uma tarefa de sobremaneira exigente. Este facto fez com que muitos registos que seriam relevantes para o diário de bordo não se tivessem efetuado, ou tivessem sido, de algum modo, desvirtuados. Também o fator tempo não pode deixar de ser considerado. Tendo em atenção que, tratando-se de uma turma do 4º ano, esta foi sujeita à realização de provas aferidas, este estudo esteve confinado ao 2º período letivo e somente a 10 sessões de trabalho, no total, o que é manifestamente pouco para a realização de um estudo com estas características.

Há ainda a salientar a falta de condições materiais que, no caso específico deste estudo, que obriga, necessariamente, à utilização de diversas ferramentas informáticas, se torna ainda mais dramático. A sala onde foi realizado este estudo apenas dispunha de um computador bastante desatualizado, um projetor e ecrã partilhados por toda a escola. Foram também utilizados portáteis do programa “Magalhães” que os alunos acederam a trazer para a escola e que, na sua generalidade, se encontravam em péssimo estado de funcionamento o que provocou, em todas as sessões, atrasos e problemas acrescidos. Os alunos trabalharam, algumas vezes, com um ratio inferior a um computador para dois alunos, o que obrigava os grupos a revezarem-se.

Por fim, há a salientar uma última mas não menor dificuldade e que está relacionada com um dos aspetos do estudo, que é a criatividade. Como o investigador pode constatar ao longo deste trabalho, este é um tema ainda muito pouco explorado e estudado a que todos reconhecem, para além da evidente importância, grande complexidade e subjetividade.

3. Reflexão final

Para se poder compreender se, efetivamente, o GeoGebra, complementado por ferramentas mais tradicionais, tem um efeito direto, significativo e mensurável no desenvolvimento da criatividade, serão necessários estudos muito mais aprofundados, ao longo de períodos de tempo significativamente mais alargados. Tentar verificar os efeitos que as tecnologias podem ter em capacidades tão intricadas e elaboradas como são as ligadas à criatividade, através de uma sequência didática com seis tarefas, repartidas ao longo de pouco mais de dois meses, parece ser, de facto, uma meta demasiado ambiciosa.

Já no que diz respeito ao impacto positivo no conhecimento, capacidades e atitudes matemáticas pelo recurso, designadamente, a ambientes dinâmicos de geometria dinâmica, este parece ser um pouco mais evidente, principalmente pela facilidade que os alunos têm em executar tarefas que, com a utilização de lápis e papel, seriam para eles extremamente complicadas, uma vez que não dominam as técnicas necessárias.

Quanto ao contributo dado por abordagens de ensino mais criativas, torna-se também muito difícil quantificar objetivamente o seu impacto. Fica, no entanto, uma forte sensação que, ao criar uma atmosfera criativa, com forte apelo ao imaginário das crianças, concedendo mais tempo e mais liberdade para a execução e discussão das tarefas desafiantes propostas, se consegue, de alguma forma, incentivar uma nova atitude que poderá desenvolver a tão desejada criatividade.

Em relação ao valor do GeoGebra como ferramenta para o ensino das isometrias, o investigador sente algum conforto em o confirmar sem hesitações dado que lhe foi possível constatá-lo por observação direta, e pelos registos no Diário de Bordo e através da análise ao Questionário Final, onde a maioria dos alunos expressou concordância com o facto de este software facilitar a aprendizagem das isometrias e, principalmente, pelas próprias produções dos alunos. Já no que diz respeito à relação entre este software, o tipo de tarefas apresentadas e a criatividade, sente necessidade de ser muito mais cauteloso nas suas conclusões, pese embora alguns indicadores forneçam indícios de um efeito benéfico. Em virtude da natureza fortemente subjetiva do tema, é necessário ter em conta uma série de outros fatores que não são facilmente identificáveis mas que podem influenciar e mistificar os resultados finais.

O que parece ser mais evidente neste estudo é a alteração das atitudes dos alunos face à matemática em geral e em particular à geometria, denotando, de forma geral, uma evolução positiva, assumida de forma explícita pelos próprios alunos, que não só os "casos", nos questionários finais.

No que diz respeito à evolução das representações que cada um tem da criatividade, as evidências são mais escassas e não tão claras. Muitos dos alunos já se consideravam criativos, embora apenas associassem a criatividade mais ao campo das artes. A este nível, parece ter havido uma evolução uma vez que, no final, a maioria reconhecia já, que a criatividade pode existir em diversos aspetos da atividade humana, inclusive na matemática.

Este estudo evidencia, de alguma forma, a necessidade de estudar de modo mas aprofundado estes aspetos, bem como, a importância que estas temáticas deverão ter na formação inicial de professores. Assim, seria desejável que os ambientes de geometria dinâmica, aliados às ferramentas ditas mais tradicionais, fossem trabalhados numa perspetiva mais abrangente e enquadrados numa dinâmica de ensino criativo, que permitam trazer para o processo educativo uma nova eficácia, mais consentânea com as exigências do mundo moderno.

BIBLIOGRAFIA

Bibliografia

Adams, D. M.(2010) Demystify math, science, and technology : creativity, innovation, and problem-solving. Rowman & Littlefield Education.

Adams, K. (2006). The sources of innovation and creativity. A paper commissioned by the National Center on Education and the Economy for the New Commission on the Skills of the American Workforce, National Center on Education and the Economy.

Alencar, E. (1990). Como desenvolver o potencial criador: um guia para a liberação da criatividade em sala de aula. Petrópolis, RJ: Vozes, 1990.

Alencar, E. M. L. S., Fleith, D. S. & Virgolim, A. M. R. (1995). Fatores inibidores à criatividade em estudantes universitários e professores, Campinas: Editora Átomo.

Alencar, E. M. L. S., & Fleith, D. S. (2003). Criatividade -múltiplas perspectivas. Brasília, DF: Editora da Universidade de Brasília.

Alencar, E. M. L. S. (2007) O papel da escola na estimulação do talento criativo. In: Fleith, D. S.; Alencar, E. M. L. S. (Orgs.), Desenvolvimento de talentos e altas habilidades: orientação a pais e professores (p. 151-161). Porto Alegre: Artmed.

André, M. (2005). Estudos de caso revelam efeitos sócio-pedagógicos de um programa de formação de professores. In Revista Lusófona de Educação, 6, (p. 93-115).

Balka, D. S. (1974). Creative ability in mathematics. Arithmetic Teacher, 21, (p. 633-636).

Bardini, C., Pierce, R. & Stacey, K. (2004) Teaching linear functions in context with graphics calculators: students' responses and the impact of the approach on their use of algebraic symbols. International Journal of Science and Mathematics Education 2, (p. 353-376).

Berger, M. (2012). One computer-based mathematical task, different activities. In Tso,T.Y. (Ed.). Proceedings of the 36th Confe rence of the International Group for thePsychology of Mathematics Education, 2, (p. 59-66). Taipei, Taiwan: PME.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora.

Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Sousa, L., & Oliveira, P. (2011). Geometria e Medida no Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação, Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

Cabrita, I.; Coelho, A.; Vieira, C.; Malta, E.; Vizinho, I.; Almeida, J.; Gaspar, J.; Pinheiro, J.; Nunes, M.; Sousa, O. e Amaral, P. (2010). Experiências de aprendizagem matemática significantes. Aveiro: Universidade de Aveiro. Comissão Editorial. ISBN 978-972-789-321-8.

Cabrita, I. ; Coelho, A, Vieira, C.; Malta, E.; Vizinho, I.; Almeida, J.; Gaspar, J.; Pinheiro, J.; Pinheiro, L.; Nunes, M.; Sousa, O. e Amaral, P. (2009). Perspectivas e vivências emergentes em matemática. Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro. ISBN 978-972-789-293-8.

Caldeira, M. J. (2006). Desenvolvimento da criatividade em contexto escolar. Contributo para o estudo da formação contínua de professores na área da criatividade. Lisboa: Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências.

Castells, M. (2003). A era da informação: economia, sociedade e culturas. (vol. 1). Rio de Janeiro: Paz e Terra.

Chagas, J. F., Aspesi, C. C. & Fleith, D. S. (2005). A relação entre criatividade e desenvolvimento: Uma visão sistémica. In M. A. Dessen & A. Costa Jr. (Eds.), A ciência do desenvolvimento: Tendências actuais e perspectivas futuras (p. 210-228). Porto Alegre: Artmed.

Chaves, E. O. C. (1999). Tecnologia na Educação .The Encyclopaedia of Philosophy of Education / A Enciclopédia de Filosofia de Educação, editada por Michael A. Peters e Paulo Ghiraldelli Júnio.

Conway, K. (1999). Assessing open-ended problems. Mathematics Teaching in the Middle School, 4, 8, (p. 510-514).

Costa, B. e Rodrigues, E. (2012). Novo Espaço – Matemática.

Costa, F. A. (2007). Tecnologias Educativas. Análise das dissertações de mestrado realizadas em Portugal. Sísifo. Revista de Ciências da Educação, 3, (p. 7-24). Consultado em [01, 2012] em http://sisifo.fpce.ul.pt.

Costa, G. L. M. (2004). O professor de matemática e as tecnologias de informação e comunicação: Abrindo caminho para uma nova cultura profissional. Tese de Doutorado. Campinas: Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação.

Costa, G. L. M. e Fiorentini, D. (2007). Mudança da cultura docente em um contexto de trabalho colaborativo de introdução das tecnologias de informação e comunicação na prática escolar. Bolema.

Coutinho, C. P. (2011). Metodologia de investigação em ciências sociais e humanas: Teoria e prática-Edições Almedina.

Cropley, A. J. (1992). More ways than one: fostering creativity. Norwood, NJ: Ablex.

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. Educational Studies in Mathematics, 61, (p. 103-131).

English, L. D. (1997). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. Education Studies in Mathematics, Netherlands, v. 34, (p. 183-217).

Fernandes, D. (1991). Notas sobre os paradigmas de investigação em educação. Artigo publicado:Noesis (18), (p. 64-66).

Ferreira, R. C. (2010), Ensinando Matemática com o GeoGebra, artigo publicado em, Enciclopédia biosfera, Centro Científico Conhecer - Goiânia, vol.6, N.10, (p.106).

Goldenberg, E.P., Scher, D., Feurzeig, N. (2008). What lies behind dynamic interactive geometry software? In: Blume G.W., Heid, M.K., (Eds). Research on technology and the teaching and learning of Matematics: Vol 2. Cases and Perspectives. Charlotte, North Carolina, USA: Information Age Publishing, Inc.

Gontijo, C. H. (2007). Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio (Tese de Doutoramento, Universidade de Brasília).

Gravina, M. A. e Santarosa, L. M. (1998). A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. IV Congresso RIBIE, Brasília.

Gregório, M., Valente, N. M., Chorão, R., Perdigão, R., (2011) Segredo dos números 4º - manual matemática 4º ano do Ensino Básico, Lisboa Editora (p. 102-106).

Guilford, J.P. (1967). The Nature of Human Intelligence. University of Nebraska.

Harper, K.A. (2010). Demystify Math, Science, and Technology: Creativity, Innovation, and Problem-Solving. [Book Review]. Teaching Children Mathematics, 17(4), (p. 260).

Haylock, D. W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in schoolchildren. Educational Studies in Mathematics, Netherlands, v. 18, (p. 59-74).

Hohenwarter, M. e Hohenwarter, J.(2009). Ajuda GeoGebra Manual Oficial da Versão 3.2 http://www.GeoGebra.org/help/docupt_PT.pdf Consultado em: 20-03-2012.

Jacinto, H. & Carreira, S. (2013). “Ah, boa! Geometria! Vou pôr isto tudo direitinho.” – Literacia tecno-matemática na resolução de problemas com o GeoGebra. Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática. Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minh, (p. 513-527).

Jeffrey, B. and Craft, A. (2004). Teaching creatively and teaching for creativity: distinctions and relationships. Educational Studies, 30(1), (p. 77–87).

Jonassen, D., Howland, J., Marra, R. M. & Crismond, D. (2008). Meaningful Learning With Technology, 3rd edition, Pearson Education, Boston.

Krutetskii, V. A. (1976). The psychology of mathematical abilities in schoolchildren. Chicago: The University of Chicago Press.

Laborde, C. (2000). Why technology is indispensable today in the teaching and learning of mathematics. Contribution to the T, 3, (p. 6-8). Citeseer.

Lévy, P. (1990). Les technologies de l'intelligence: l'avenir de la pensée à l'ère informatique. Paris: Éditions La Découverte.

Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. Em R. Leikin, A. Berman and B. Koichu (Eds.), Creativity in mathematics and the education of gifted students. (p. 129-145). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.

Lin, Y. S. (2011). Fostering creativity through education- A conceptual framework of creative pedagogy. 2(3), 149-155. Retrieved from doi:10.4236/ce.2011.23021

Lima, E., Barrigão, N., Pedroso, N., Rocha, V., (2011), Alfa, matemática 4- 4º ano, Porto Editora (p. 98-100).

Livne, N. L., Livne, O. E. & Milgram, R. M. (1999). Assessing academic and creative abilities in mathematics at four levels of understanding. International Journal of Mathematical Education in Science & Technology.

Ludke, M. e André, M. (1986). Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

Lu, Y. (2008). Linking Geometry and Algebra: A multiple-case study of Upper Secondary mathematics teachers conceptions and practices of GeoGebra in England and Taiwan. Master of Philosofy in Educational Research, University of Cambridge. Retrieved from http://www.geogebra.org/publications/2008-Lu-GeoGebra-England_Taiwan.pdf.

Mann, E. L. (2005). Mathematical creativity and school Mathematics: indicators of mathematical creativity in middle schools students. 2005. Tese (Doutorado) - University of Connecticut, Storrs, USA.

Matos, L. C. F., (2011). Abordagem das rotações centrada nos padrões - um estudo de caso com alunos do 9.º ano. Universidade de Aveiro. http://ria.ua.pt/bitstream/10773/8539/1/248013.pdf

Martínez,(2006) A. Criatividade no trabalho pedagógico e criatividade na aprendizagem: uma relação necessária?. In: TACCA, M. C. V. R. (Org.). Aprendizagem e trabalho pedagógico. Campinas: Alínea, (p. 69-94).

Martins, U. P. (1999) Matemática: que bicho papão é esse?. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá.

Martins, C. M. A. C. (2012).Sistemas de equações: uma abordagem criativa, Universidade de Aveiro.
http://hdl.handle.net/10773/9883.

Martins, V. (2000). Para uma pedagogia da criatividade. Propostas de trabalho. Porto: ASA.

Matos, J. F. (2005). As Tecnologias de Informação e Comunicação e a Formação Inicial de Professores em Portugal: radiografia da situação em 2003. Lisboa: GIASE-ME.

Mehanovic, S. (2009). Learning based on dynamic software GeoGebra. Retrieved from http://isis.ku.dk/kurser/blob.aspx?feltid=229084

Meissner, H. (2011). Challenges to further creativity in mathematics learning. Em M. Avotina, D. Bonka, H. Meissner, L. Ramana, L. Sheffield & E. Velikova (Eds.), Proceedings of the 6th International Conference on Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students, 1, (p. 143-148).

Misfeldt, M. (2009). Semiotic instruments: considering technology and representations as complementary.
Retrieved from http://www.geogebra.org/publications/2008-Misfeldt-Cerme6.pdf

Miskulin, R. G. S. (2003).As possibilidades didático-pedagógicas de ambientes computacionais na formação colaborativa de professores de Matemática. In FIORENTINI, Dário. Formação de Professores de Matemática. Campinas–SP. Mercado de Letras.

Moran, J. M. (2004). A contribuição das tecnologias para uma educação inovadora. Contrapontos. Revista de Educação da Universidade do Vale do Itajaí, vol 4, n,2, maio/ago, (p. 347-356). http://www.eca.usp.br/prof/moran/integracao.htm

Moran, J. M. (2004). Os novos espaços de atuação do professor com as tecnologias. Revista Diálogo Educacional. V. 4, n. 12, (p. 13–21), Mai. Ago.

Morais, M. F. & Azevedo, I. (2008). Criatividade em contexto escolar: Representações de professores dos Ensinos Básico e Secundário. In M. Morais & S. Bahia (Eds.), Criatividade e educação: Conceitos, necessidades e intervenção. Braga: Psiquilíbrios.

Morris, W. (2006). Creativity – its place in education. (Disponível em http://jpb.com/creative/Creativity_in_Education.pdf. Acesso em: 30 de dezembro de 2012.)

Nakamura, J. & Csikszentmihalyi, M. (2003). Creativity in later life. Em R. K. Sawyer (Org.), Creativity and development (p. 186-216). New York: Oxford University Press.

NCTM (1991). Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar. Lisboa: APM e IIE.

NCTM. (2007). Princípios e normas para a Matemática escolar. Lisboa: APM. Papert, S., Harel, I. (1991). Situating Constructionism. Ablex Publishing Corporation. Retrieved from http://www.papert.org/articles/SituatingConstructionism.html

Paiva, J. (2002). As Tecnologias de Informação e Comunicação: utilização pelos professores (Dados relativos a 2001/2002). Ministério da Educação, Departamento de avaliação prospetiva e planeamento.

Paiva, R. (2011). Conteúdos didácticos multimédia, testes e exercícios de treino de Matemática online. Atas do encontro da SPM Leiria 2010, Boletim especial da Sociedade Portuguesa de Matemática, (p. 119-123).

Palhares, P. (2004). Transformações Geométricas. In: Pedro Palhares (Ed.), Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico. Lisboa: Lidel.

Pardal, L. & Correia, E. (1995). Métodos e técnicas de investigação social. Porto: Areal Editores.

Pardal, L., Lopes, E. (2011). Métodos e Técnicas de Investigação Social. Porto: Areal Editores.

Pehkonen, E. (1995). Introduction: Use of Open-ended Problems. International Reviews on Mathematical Education 27 (2), (p. 55-57)

Penteado, M. G. (1999). Novos Atores, Novos Cenários: Discutindo a Inserção dos Computadores na Profissão do Docente. In BICUDO, Maria A. V. Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo – SP, Editora UNESP, cap. 17, (p. 297–31).

Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. Quadrante.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). Didáctica da matemática para o 1º ciclo do ensino básico. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2001).Práticas profissionais dos professores de Matemática Grupo de Investigação DIF. Departamento de Educação e Centro de Investigação em Educação.

Ponte, J., Branco, N., Matos, A. (2009). Álgebra no Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação - DGIDC.

Ponte, J., Sousa, H. (2010). O professor de Matemática do Ensino Básico. In GTI (Ed.) Uma oportunidade de mudança na matemática do Ensino Básico. Lisboa: APM.

Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, G. & Oliveira, P. (2007). Programa de Matemática do Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

Ponte, J. P., Quaresma, M., & Branco, N. (2012). Práticas profissionais dos professores de Matemática. Avances en Investigación en Educación Matemática, 1, (p. 65-86).

Ribeiro, A. & Cabrita, I. (2002). O Cabri-Géomètre e a construção de uma nova cultura matemática. In J. P. Ponte et al. (org.). Actividades de Investigação na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores, (p. 135-157). Sociedade portuguesa de Ciências de Educação – Secção de Educação e Matemática.

Robinson & Aronica, (2010). ICT for education projects: a look from behind the scenes.

Rodrigues A. & Azevedo L. (2011) Pasta mágica, 4º ano, Areal Editores (p. 148).

Santos, N. A. P.; Diniz, M. I. S. V. (2004). As concepções dos alunos ao final da escola básica podem explicar porque eles não querem aprender. In: Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife: SBEM/UFP.

Seppala, M., Caprotti, O. & Xambo, S. (2006). Using Web Technologies to Teach Mathematics. In C. Crawford et al. (Eds.), Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference 2006, Chesapeake, VA: AACE., 2679-2684.

Serrazina, L., Lopes A. Oliveira H., Sousa H., Segurado, M., Teixeira P., Carrapiço, R., Candeias, R.. (2010). Metas de aprendizagem. Lisboa: DGE-MEC. http://metasdeaprendizagem.dge.mec.pt/ensino-basico/metas-de-aprendizagem/metas/?area=7&level=2 acedido em 20 setembro 2013.

Sheffield, L. J. (2003). Using creativity techniques to add depth and complexity to the mathematics curricula. Disponível em http://euler.math.ecnu.edu.cn/earcome3/sym1/EARCOME3_Sheffield_Linda_Sym1.doc.

Sheffield, L. (2009). Developing mathematical creativity – Questions may be the answer. Em R. Leikin, A. Berman and B. Koichu (Eds.), Creativity in Mathematics and the education of gifted students (pp. 87-100). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.

Silva, G. H. G., (2012), Ambientes de Geometria Dinâmica: Potencialidades e Imprevistos**,** R. B. E. C. T., vol 5, núm 1, jan./abr.

Silver, E. A. (1985). Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Silver, E. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. ZDM, 3, (p. 75-80).

Silveira, M. R. A. (2002). Matemática é difícil. Anais da 25ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Educação. Caxambu. Disponível em: <http://www.anped.org.br/25/marisarosaniabreusilveirat19.rtf

Sousa, M. A. (1998). Projectos na vida de um professor. Porto: Porto Editora.

Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. The Mathematics Educator.

Stake, R. E.(2001). The case study method in social inquiry. Vol. II. Thousand Oaks, California: Sage Publications.

Stake, R. (2007). A Arte da Investigação com Estudos de Caso (A. Chaves, Trans.). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Sterling, A. (2003). Human creativity and chaotic dynamics. In: Ambrose, D.; Cohen, L.; Tannenbaum, A. J. Creative intelligence (pp. 147-177). Cresskill, NJ: Hampton Press.

Sternberg, R. J.; LUBART, T. I. (1999). The concept of creativity: prospects and paradigms. In: STERNBERG, S. J. Handbook of creativity. New York: Cambridge University, (p. 3-15).

Tavares, D. D. A. R. S. (2012). Padrões visuais, raciocínio funcional e criatividade, 2012, Universidade de Aveiro, URL http://hdl.handle.net/10773/9929 Date Available,2013-03-19.

Tobias, S. (2004). Fostering creativity in the science and mathematics classroom. conference at National Science Foundation. Malaysia.

Torrance, E. P. (1974). Torrance tests of creative thinking. Bensenville, IL: Scholastic Testing Service.

Torrance, E. P. (1988). The nature of creativity as manifest in its testing. Em Robert J. Sternberg, The nature of creativity: contemporary psychological perspectives (p. 43-75). Cambridge: Cambridge University Press.

Veloso, E. (2002). The Geometers Sketchpad (versão 4). Educação e Matemática, 66, 20-21. Lisboa: APM.

Veloso, E., H. Fonseca, J. P. Ponte & P. Abrantes (1999). Ensino da Geometria no Virar do Milénio, Lisboa: DEFCUL.

Veloso, E.. 2003: Geometria com as mãos, com a cabeça e com o computador. Disponível em ProfMat .http://homepage.mac.com/eduardo.veloso/novohome/curso04_2003/index.html.

Vieira, S. D. P., (2010). Decorar a minha escola - tecnologias informáticas e padrões geométricos. Universidade de Aveiro.
http://ria.ua.pt/handle/10773/3554

Wechsler, S. M. (2004) Avaliação da criatividade por palavras (2ª ed.). Campinas: Impressão Digital do Brasil, 2004.

Yin, R. (1989). Case study research: Design and methods. Newbury Park: Sage Publications.

Yin, R. K. (2001). Estudo de caso– planejamento e métodos. (2Ed.). Porto Alegre: Bookman.

Yin, R.K. (2005). Estudo de caso Planejamento e métodos. 3. ed. Porto Alegre: Bookman.

Zabala, A. (1998). A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: ARTMEDEditora.

ANEXOS

Anexo 1 - Questionário inicial

Responde ao questionário com a maior sinceridade. Tenta ser coerente e rigoroso(a) nas tuas respostas. Obrigado pela tua colaboração.

Questionário inicial

I. Identificação

1. Nome: ______________________________

2. Idade: ______________________________

3. Sexo: Feminino ☐ Masculino ☐

4. Localidade onde habitas: ______________________________

II. Percurso Escolar

5. Gostas de Matemática? Sim ☐ Não ☐

6. Consideras-te bom aluno a Matemática? Muito Bom ☐ Razoável ☐ Fraco ☐ Muito fraco ☐

III. Uso do Computador

7. Tens computador em casa? Sim ☐ Não ☐ (se não, avança para a questão 10)

8. O computador que tens em casa tem ligação à Internet? Sim ☐ Não ☐

9. Gostas de utilizar o computador? Gosto Muito ☐ Gosto ☐ Gosto pouco ☐ Não gosto ☐

10. Consideras que o teu conhecimento a nível de informática é: Elevado ☐ Médio ☐ Fraco ☐ Nulo ☐

11. Onde e com que frequência costumas utilizar o computador?
(Marca uma cruz no local adequado. Podes escolher mais do que uma opção)

	Diariamente	Semanalmente	Raramente	Nunca
Em casa	☐	☐	☐	☐
Em casa de familiares	☐	☐	☐	☐
Em locais públicos	☐	☐	☐	☐
Na escola	☐	☐	☐	☐
Noutro local	☐	☐	☐	☐

Qual? ______________________________

12. Com que fins utilizas o computador?
(Marca uma cruz no local adequado. podes escolher mais do que uma opção)

	Sempre	Quase sempre	Raramente	Nunca
Como ferramenta de estudo	☐	☐	☐	☐
Como meio de comunicação	☐	☐	☐	☐
Como instrumento lúdico	☐	☐	☐	☐
Com outra finalidade	☐	☐	☐	☐

Qual? ______________________________

13. Sabes abrir um ficheiro que esteja guardado?

Numa pasta do computador	Sim ☐	Não ☐
Numa pendrive	Sim ☐	Não ☐
Num CD-ROM	Sim ☐	Não ☐

14. Consideras que o uso de computadores para ensinar e aprender é:

Muito importante ☐ Importante ☐

Pouco importante ☐ Nada importante ☐

IV. A Geometria

15. Gostas de Geometria?	Gosto muito ☐ Gosto ☐ Gosto pouco ☐ Não gosto ☐
16. Consideras importante a Geometria?	Muito importante ☐ Importante ☐ Pouco importante ☐ Nada importante ☐

V. Ambientes (dinâmicos) de Geometria Dinâmica

17. Já alguma vez trabalhaste com algum software de Geometria?	Sim ☐ Não ☐
Qual?	______________________________

VI. Representações acerca da criatividade em Matemática

18. O que significa para ti ser criativo?

____

____

____

____

____

19. Em que áreas pensas que é possível ser criativo?

____

____

____

____

20. É possível ser criativo a Matemática? Sim ☐ Não ☐

Em caso afirmativo, de que forma?

____

____

____

21. Para cada afirmação, seleciona a opção que consideres mais adequada.

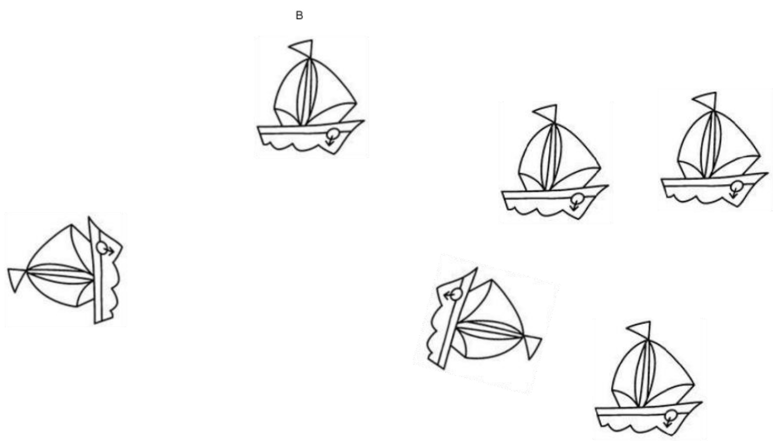
	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Nunca	Sem opinião
Eu considero-me criativo.	☐	☐	☐	☐	☐
A criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.	☐	☐	☐	☐	☐
A criatividade varia consoante a idade.	☐	☐	☐	☐	☐
A criatividade é uma característica individual.	☐	☐	☐	☐	☐
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhe for dada essa oportunidade.	☐	☐	☐	☐	☐
A criatividade é uma capacidade fundamental.	☐	☐	☐	☐	☐
A escola limita a criatividade dos alunos.	☐	☐	☐	☐	☐
É possível avaliar a criatividade dos alunos.	☐	☐	☐	☐	☐
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.	☐	☐	☐	☐	☐
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.	☐	☐	☐	☐	☐
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".	☐	☐	☐	☐	☐
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.	☐	☐	☐	☐	☐

As tuas respostas a este inquérito terminaram.
Muito obrigado.

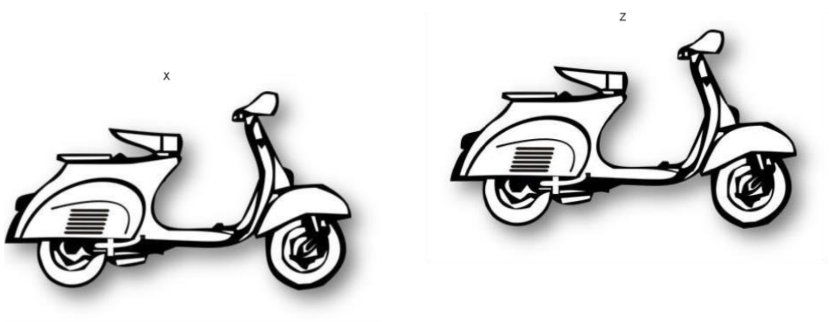
Anexo 2 - Teste

Aluno:___________________ ano: 4º

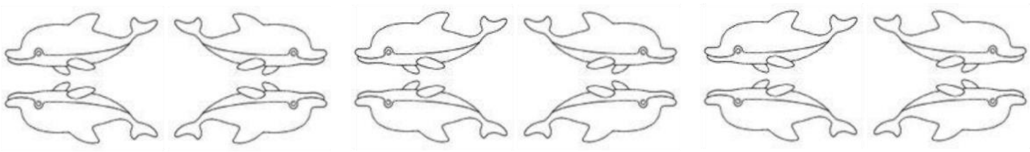
1- Dos barcos em seguida apresentados, descobre qual deles é uma reflexão do barco B e traça o respetivo eixo.



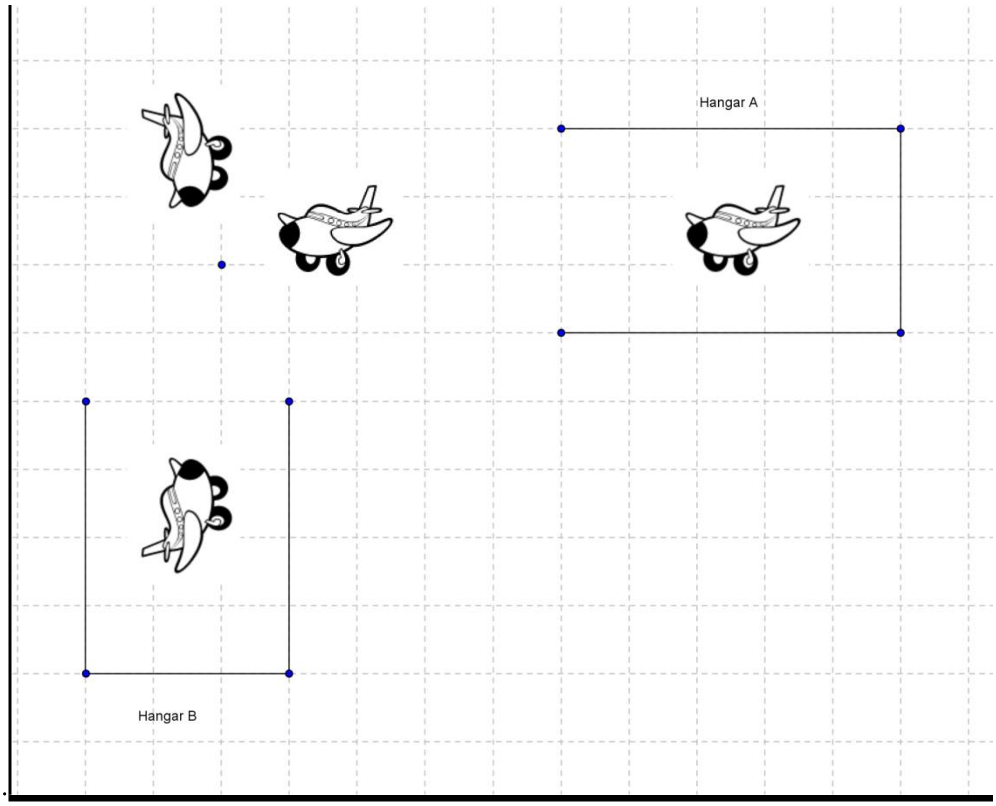
2- A figura Z foi obtida através de uma translação aplicada à figura X. Descobre qual foi o vetor aplicado.



3- Observa o seguinte friso. Descreve duas formas diferentes de o obter.



4- Tenta descobrir como foi possível o avião estacionado no hangar A "voar" para o hangar B apenas utilizando isometrias. Com a ajuda do GeoGebra tenta reproduzir o seu percurso (lembra-te que podes utilizar: rotações, translações e reflexões). Regista em papel todos os procedimentos.



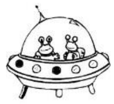
5- Cria livremente, utilizando diferentes isometrias, uma composição de figuras geométricas.

6- Descreve como procedeste para elaborar a composição anterior.

Anexo 3 - Tarefa 1

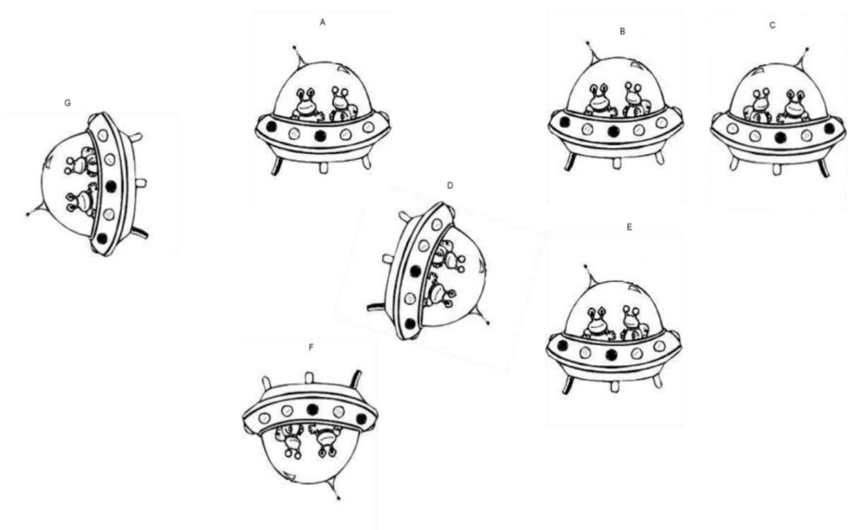
Tarefa 1

Nome: ___________________________________ data:_______________________



O Geog e o Ebra são dois simpáticos extraterrestres que viajaram de um planeta distante para ensinar geometria a crianças por todo o universo. Vamos brincar um pouco com a sua nave e descobrir um pouco da magia da matemática…

1. Utilizando o acetato fornecido e espelhos refletores ou o 'mira', tenta descobrir qual o "movimento" efetuado pela nave especial para, a partir da posição (A), ficar em cada uma das restantes posições.



2. Tenta descrever cada um dos "movimentos" da forma mais precisa possível, indicando termos como:
   - refletiu (ou reflexão) e a posição do 'espelho' que permite que as imagens sejam a reflexão uma da outra;
   - rodou (ou rotação) e quantos graus (aproximados) rodou e em que sentido (o mesmo ou contrário ao do ponteiro dos relógios)
   - deslizou e a direção, o sentido e a medida de comprimento da deslocação

De A para C
____

De A para D
____

De A para G
____

De A para F
____

De A para B
____

De A para E
____

3. No GeoGebra, insere as imagens da nave, do Geog e do Ebra e tenta aplicar-lhes alguns dos movimentos que descobriste no papel. (No final, não te esqueças de guardar o teu ficheiro). Compara a forma e as medidas das figuras iniciais com as das figuras que obtiveste depois de aplicares esses movimentos.

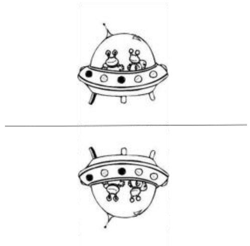
Curiosidade: Sabes que nome têm as transformações (geométricas) que mantêm as distâncias (dadas pelas medidas de comprimento)? Designam-se por "Isometrias" _'iso'- a 'mesma' e 'metria'- 'medida'.

Anexo 4 - Tarefa 2

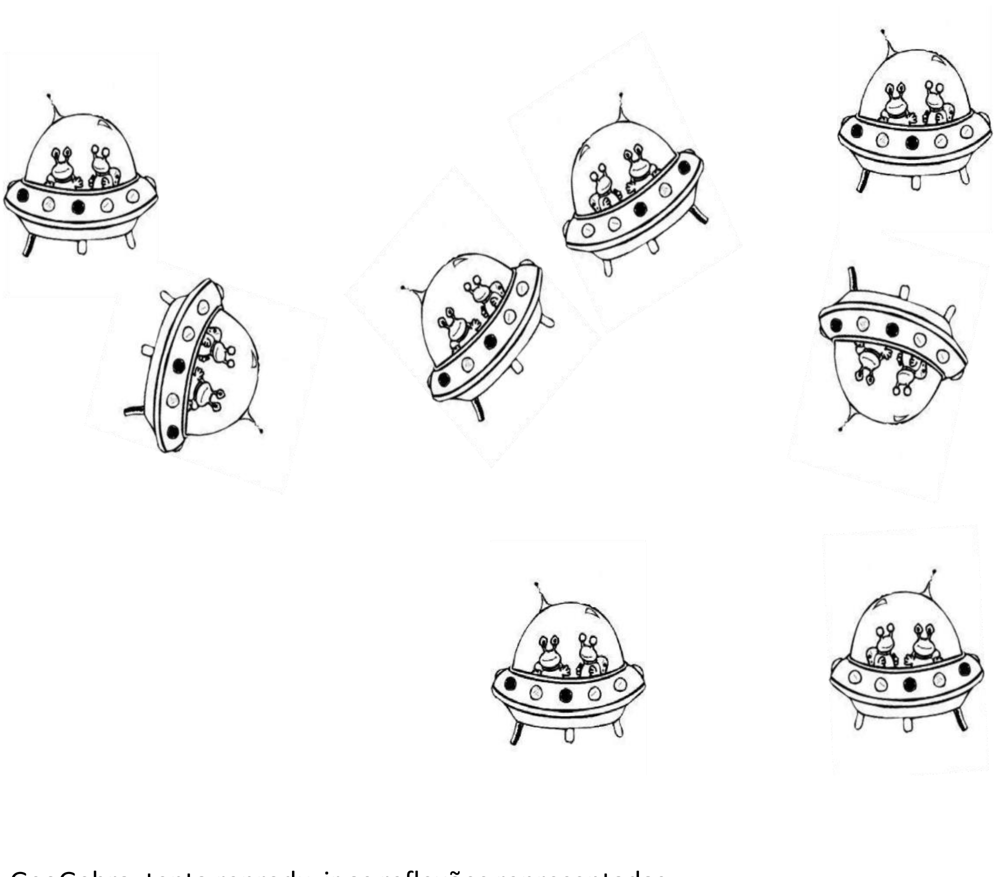
Tarefa 2

Nome: ________________________________ data: ______________

Na sua visita ao nosso planeta o Geog e o Ebra ficaram acampados perto de um belo lago. Todas as manhãs, quando saem para as suas missões, eles gostam de passar bem perto da superfície da água para verem o reflexo da sua bela nave e verificarem se não está a precisar de uma lavagem…



1. Nas imagens seguintes, traça (com a ajuda de um “georrefletor”, de lápis e régua) os respetivos eixos de **reflexão**.



2. No GeoGebra, tenta reproduzir as reflexões representadas.

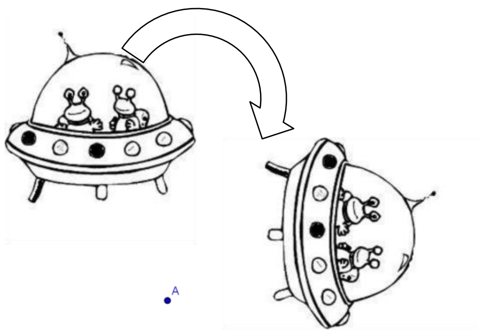
Anexo 5 - Tarefa 3

Tarefa 3

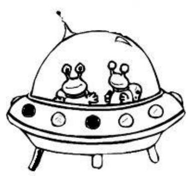
Nome: ________________________________ data: ______________

Para se divertirem, as pequenas criaturas gostam de fazer rápidas **rotações** com a sua nave a grande velocidade.

Como podes ver na imagem seguinte, eles efetuaram uma rotação de 90° no sentido dos ponteiros do relógio (sentido horário).



1. Completa a imagem que se segue desenhando a nave após ter realizado uma rotação de 180° em torno do ponto (x). Se precisares, recorre a uma folha de acetato e ao transferidor. Indica qual o sentido da rotação.



.X

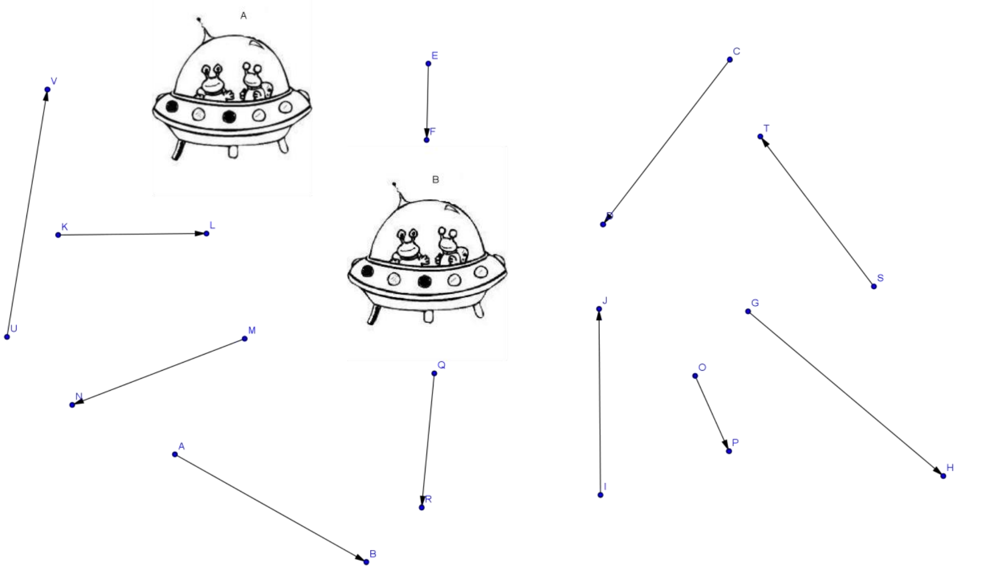
2. O que aconteceria se efetuasses a rotação no sentido inverso?
   R:____
3. No GeoGebra, desenha livremente estrelas e planetas e aplica-lhe diferentes rotações. Podes mesmo criar bonitas rosáceas. (no final, não te esqueças de guardar o teu ficheiro)

Anexo 6 - Tarefa 4

Tarefa 4

Nome: ________________________________ data: ______________

1. A nave dos nossos amigos atravessou uma chuva de "setas" (vetores). Um desses vetores deslocou-a da posição (A) para a posição (B). Tenta descobrir qual foi esse vetor .R:______



2. Determina qual é a sua medida de comprimento.
   R:____
3. A esse deslocamento, associado a um vetor. Dá-se o nome de translação. Tenta reproduzir essa isometria com a ajuda do GeoGebra.

Anexo 7 - Tarefa 5

Tarefa 5

Nome: ______________________________ data: _____________

O Geog e o Ebra estão um pouco cansados. Para poderem descansar, eles querem estacionar a nave no seu Hangar.

1. No Geogebra, utilizando a figura fornecida pelo professor e recorrendo a uma translação, ajuda os extraterrestres a estacionar a sua nave na garagem.

2. Qual a medida de comprimento do vetor que te permitiu realizar a tarefa anterior?
   R:________________
3. O que acontece à forma, tamanho e posição da nave se alterares a medida de comprimento do vetor? E se alterares a sua direção?
   R:____
   ____
   ____
4. Descobre agora, nesta ficha, qual o vetor que permite que a nave fique dentro do hangar.
5. Constrói livremente uma figura e aplica-lhe uma translação à tua escolha. Aplica o mesmo vetor às imagens que sucessivamente resultarem.
6. Qual o nome que se dá à construção assim obtida?
   R:____

Anexo 8 - Tarefa 6

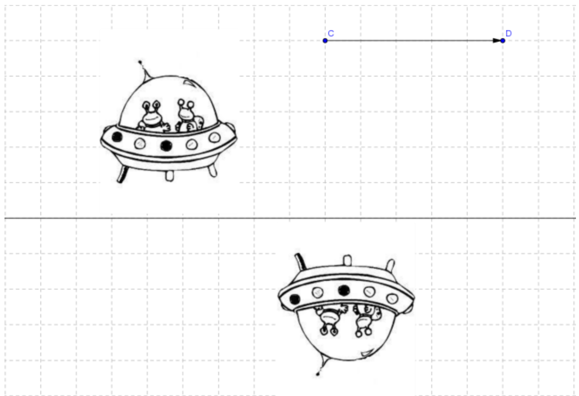
Tarefa 6

Nome: _______________________________ data: ______________

1- Utilizando as várias ferramentas do Geogebra e dando largas à tua criatividade, constrói uma nova nave que nos possa permitir visitar o Geog e Ebra no seu planeta.

2- Quando terminares, seleciona toda a nave e aplica-lhe uma reflexão associada a um eixo horizontal.

3- Em seguida, à imagem obtida, aplica um vetor paralelo ao eixo de reflexão (como no exemplo na imagem).



Utilizando o botão direito do rato, oculta a imagem que resultou da primeira reflexão.

Curiosidade: A transformação que relaciona a primeira figura com a última designa-se de **reflexão deslizante.**

4- Numa folha de papel, desenha uma figura a gosto e aplica-lhe uma reflexão deslizante à tua escolha, mas com um eixo e um vetor verticais.

Anexo 9 - Questionário final

Questionário final

Com este questionário pretende-se perceber a tua opinião e a forma como percecionaste a abordagem do tópico "Reflexão, rotação e translação" no âmbito do tema "Geometria e medida". Tenta ser coerente e rigoroso(a) nas tuas respostas. Obrigado pela tua colaboração.

Assinala com um (**x**) a resposta que melhor corresponde à tua opinião.

I. Identificação

1. Nome: ____

II. As ferramentas

2. Para cada afirmação, seleciona a opção que consideres mais adequada.

	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Nunca	Sem opinião
2.1. Foi importante ter trabalhado com "papel e lápis".	☐	☐	☐	☐	☐
2.2. Foi importante ter utilizado instrumentos de medida e de desenho - régua esquadro, compasso e transferidor.	☐	☐	☐	☐	☐
2.3. Foi fácil a familiarização com o GeoGebra.	☐	☐	☐	☐	☐
2.4. Este software é muito pouco interessante.	☐	☐	☐	☐	☐
2.5. Este software permite uma aprendizagem mais ativa e dinâmica da Geometria.	☐	☐	☐	☐	☐
2.6. Este software facilita o trabalho com as transformações geométricas.	☐	☐	☐	☐	☐
2.7. Este software promove a autonomia dos alunos nas aprendizagens.	☐	☐	☐	☐	☐
2.8. Este software não se presta um trabalho individual.	☐	☐	☐	☐	☐
2.9. Este software não se presta a um trabalho de pares.	☐	☐	☐	☐	☐
2.10. O uso desta ferramenta promove a interação entre os alunos.	☐	☐	☐	☐	☐

III. A criatividade

3. Para cada afirmação, seleciona a opção que consideres mais adequada.

	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Nunca	Sem opinião
3.1. As tarefas "tradicionais" limitam a criatividade dos alunos.	☐	☐	☐	☐	☐
3.2. Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.	☐	☐	☐	☐	☐
3.3. Eu considero-me mais criativo.	☐	☐	☐	☐	☐
3.4. Ser criativo é difícil.	☐	☐	☐	☐	☐
3.5. As tarefas propostas não contribuíram para desenvolver a minha criatividade.	☐	☐	☐	☐	☐
3.6. Quando observei os trabalhos de outros alunos pude ser mais criativo.	☐	☐	☐	☐	☐
3.7. Quando observei os trabalhos de outros alunos quis ser mais criativo.	☐	☐	☐	☐	☐
3.8. Se gosto da tarefa que estou a realizar, sou mais criativo.	☐	☐	☐	☐	☐
3.9. É possível avaliar a criatividade dos alunos.	☐	☐	☐	☐	☐
3.10. A criatividade pode ser treinada.	☐	☐	☐	☐	☐
3.11. Não imaginava que a "matemática" fosse possível produzir trabalhos criativo.	☐	☐	☐	☐	☐

4. As tarefas propostas nas aulas foram criativas? Sim ☐ Não ☐

5. Os professores valorizam os trabalhos criativos dos alunos? Sim ☐ Não ☐

IV. Transformações geométricas: isometrias, simetria e frisos

6. A forma como foi implementado este tópico, por recurso sistemático ao GeoGebra, contribuiu para:	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Nunca	Sem opinião
6.1. perceber melhor o que são isometrias.	☐	☐	☐	☐	☐
6.2. "ver" como se formam os frisos.	☐	☐	☐	☐	☐
6.3. entender melhor o conceito de simetria.	☐	☐	☐	☐	☐

V. Atitudes

8. A forma como foi implementado este tópico, por recurso sistemático ao GeoGebra, contribuiu para:	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Nunca	Sem opinião
8.1. uma visão mais positiva da Geometria.	☐	☐	☐	☐	☐
8.2. tornar a Geometria aborrecida e desmotivadora.	☐	☐	☐	☐	☐
8.3. aumentar o meu interesse pela Matemática.	☐	☐	☐	☐	☐

As tuas respostas a este inquérito terminaram. Muito obrigado.

Anexo 10 - Pedido de autorização aos encarregados de educação

Exmo(a). Sr(a). encarregado de educação
Venho por este meio solicitar a sua autorização, para a participação do seu educando num estudo a realizar no âmbito de um curso de mestrado da Universidade de Aveiro. O estudo está relacionado com a utilização do computador no ensino da matemática, pelo solicito também que deixem os alunos trazer os "magalhães" ou outro computador portátil que possam utilizar.
A identidade dos alunos será salvaguardada, não sendo utilizadas fotos do seu rosto ou o seu nome completo, apenas os seus trabalhos.
Autorizo
Não autorizo
A participação do meu educando:____

O Enc. De Educação:_______________________

_____/03/2012

O professor: __________________